

MTF053 STRÖMNINGSMEKANIK

**Tentamen torsdagen den 31 oktober 2019, kl 08:30-13:30, "Maskin"-salar
(OBS! 5-timmarstenta)**

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via Canvas fredag 1 november 2019.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg $3 \geq 34p$, $4 \geq 51p$, $5 \geq 68p$

Tentaresultat: Meddelas senast torsdag 21 november 2019

Granskning: Måndag 25 november 2019, kl 11.45-12.45
Tisdag 26 november 2019, kl 11.45-12.45

Läraren besöker
tentamenssalar: ca kl. 9.30 och ca kl. 12.

Göteborg den 28 oktober 2019
Magnus Carlsson, kursassistent, tel. 031-772 5034



Teoriuppgifter

T1. Vad menas med en dimensionsmässigt homogen ekvation? (1p)

T2. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem:

$$\frac{d}{dt}(B_{\text{system}}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{CV} \beta \rho dV \right) + \int_{CS} \beta \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T3. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}$$

Förklara de ingående termernas fysikaliska betydelse. Under vilken förutsättning gäller förenklingen av den generella differentialekvationen för impuls till Navier-Stokes ekvation?

(6p)

T5. Varför vill man uttrycka fysikaliska ekvationer på dimensionslös form? (2p)

T6. Strömningsmotståndet, F_D , för en omströmd kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn} , och ett friktionsmotstånd, F_{Dt} . Visa utgående från Reynolds likformighetslag att formmotståndet kan skrivas som $F_{Dn} = C_{Dn}(Re) A \rho U^2 / 2$ där motståndskoefficienten C_{Dn} enbart är en funktion av Reynolds tal.

(5p)

T7. Beskriv hur det går till att mäta hastighet med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)

T8. Vid Reynolds dekomposition delas hastighetskomponenterna och trycket upp i en tidsmedelvärderad och en fluktuerande del, t.ex. enl. $u = \bar{u} + u'$. Definiera tidsmedelvärdet samt visa att tidsmedelvärdet av den fluktuerande komponenten är noll. (3p)

T9. a. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ν_t (även kallad ε_m i Turbulenskompendiet) storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området?
 b. Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden?
 c. Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T9. Härled ljudhastigheten för en godtycklig fluid. Under vilket antagande ska tryckderivatan med avseende på densiteten beräknas?

(6p)

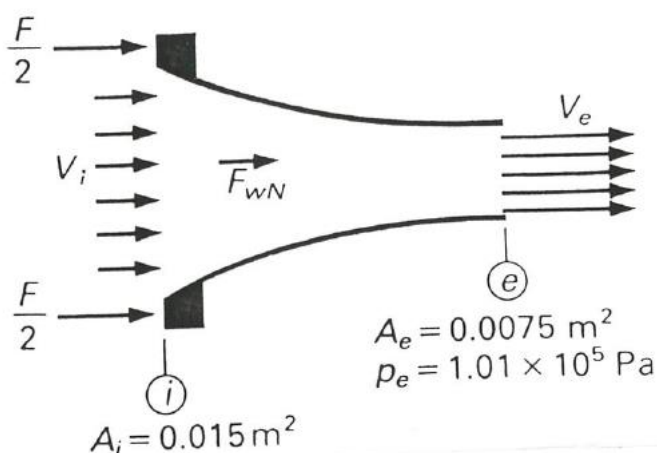
Problemuppgifter

- P1. En plan platta anblåses tangentiellt med luft av normaltillstånd. På avståndet 1 m från framkanten uppmäter man väggskjuvspänningen $\tau_w = 8,2 \cdot 10^{-3}$ Pa.
 a) Beräkna anblåsningshastigheten och
 b) Lufthastigheten på avståndet 1 mm från väggen i denna position.

Vid ett senare tillfälle anblåses plattan med hastigheten 45 m/s. Beräkna för detta fall
 c) väggskjuvspänningen på avståndet 1 m från plattans framkant samt
 d) lufthastigheten på avståndet 1 mm från plattan i denna position.

(10p)

- P2. Genom ett munstycke som visas i nedanstående figur strömmar vatten med temperaturen 20°C. Volymflödet som är stationärt har uppmätts till 0,2 m³/s. Bestäm den kraft som erfordras för att hålla fast munstycket. (Gravitationskraften kan försummas.)



(10p)

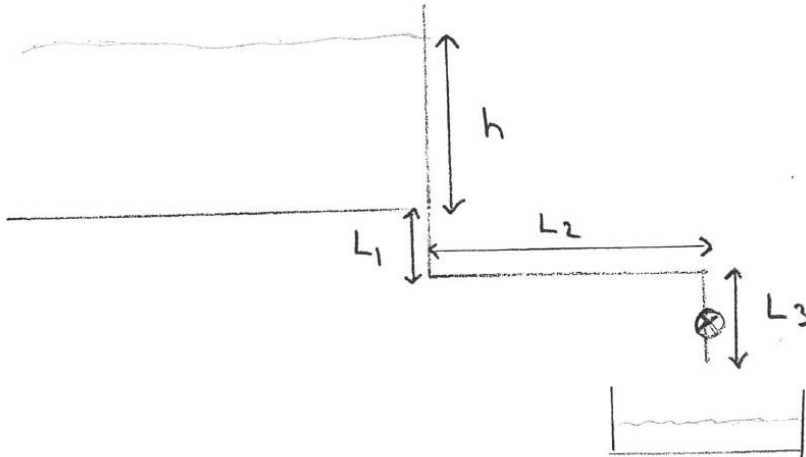
- P3. Vilken sluthastighet får en fallskärmshoppare som tillsammans med sin utrustning väger 80 kg? En modell i skala 1:10 av hans fallskärm har testats i en vattentunnel med följande resultat

U [m/s]	F_D [N]
2	600
4	1840
6	4000
8	6800
10	8400

Luftens och vattnets viskositet är $\nu_L = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ resp $\nu_V = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Hopparens motståndskoefficient kan försummas.

(10p)

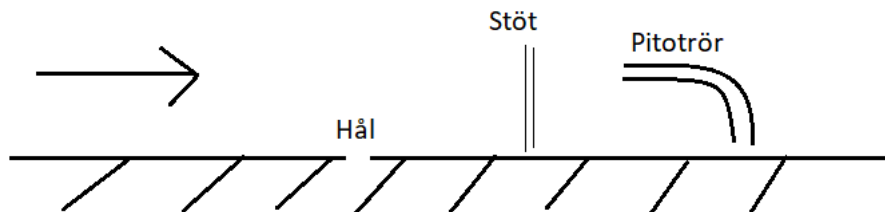
- P4. Ur en reservoar ska man tappa vatten (20°C). Detta görs genom ett rör med diametern 0,1 m som är anslutet till reservoarens botten, se fig. Röret har två 90°-krökar som har förlustkoefficienten $K=0,23$ och en ventil med förlustkoefficienten $K=2,0$. Hur lång tid tar det att tappa 1 m³ vatten om röret är gjort av ett material med ytskrovliget $\varepsilon=0,2$ mm? Reservoaren är så stor att tappningen ej påverkar nivån i reservoaren. $L_1 = L_3 = 0,5$ m, $L_2 = 5$ m, $h = 3$ m.



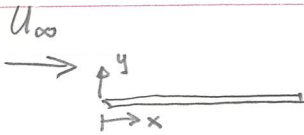
(10p)

- P5. Ett pitotrör är placerat i överljudsströmning av luft i en vindtunnel, där vindtunneln har konstant tvärsnitt. Vid pitotröret uppmättes stagnationstrycket 260 kPa och stagnationstemperaturen 340 °C. Vid ett hål i vindtunnelns vägg, uppströms om den raka friliggande frontstöten som är vinkelrät mot strömningsriktningen, mäts ett tryck av 35 kPa. Vad är machtalet och strömningshastigheten före frontstöten?

Tips: Börja med att gissa ett machtal före stöten.



(10p)



GIVET: $x = 1\text{ m}$, $\tau_{w1} = 8,2 \cdot 10^{-3}\text{ Pa}$
 $y = 1\text{ mm}$, $U_{\infty 2} = 45\text{ m/s}$
 Luft av normaltillstånd $\Rightarrow \begin{cases} \rho = 1,189\text{ kg/m}^3 \\ \nu = 15,2 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s} \end{cases}$

SÖKT: a) $U_{\infty 1}$ b) $u_1(x, y)$
 c) τ_{w2} d) $u_2(x, y)$

LÖSNING: a) Bestäm om gränsskiktet är laminärt eller turbulent;

$$(7.25) \Rightarrow c_{f, \text{lam}} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau_{w, \text{lam}} = \frac{1}{2} \rho U_{\infty, \text{lam}}^2 \cdot 0,664 \sqrt{\frac{\nu}{U_{\infty, \text{lam}} \cdot x}} \Rightarrow$$

$$U_{\infty, \text{lam}} = \left(\tau_{w1} \frac{1}{0,664} \cdot \frac{2}{\rho} \sqrt{\frac{x}{\nu}} \right)^{2/3} = 3,05\text{ m/s}$$

$$\Rightarrow Re_{x, \text{lam}} = \frac{U_{\infty, \text{lam}} \cdot x}{\nu} = 2,01 \cdot 10^5 \therefore \text{OK}$$

$$(7.43) \Rightarrow c_{f, \text{turb}} = \frac{0,027}{Re_x^{1/2}} \Rightarrow \tau_{w, \text{turb}} = \frac{1}{2} \rho U_{\infty, \text{turb}}^2 \cdot 0,027 \left(\frac{\nu}{U_{\infty, \text{turb}} \cdot x} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow U_{\infty, \text{turb}} = \left(\tau_{w1} \cdot \frac{2}{\rho} \cdot \frac{1}{0,027} \left(\frac{x}{\nu} \right)^{1/2} \right)^{2/3} = 1,63\text{ m/s}$$

$$\Rightarrow Re_{x, \text{turb}} = \frac{U_{\infty, \text{turb}} \cdot x}{\nu} = 1,08 \cdot 10^5 \therefore \text{OK}$$

\therefore Laminärt gränsskikt \Rightarrow

b) $U_{\infty 1} = U_{\infty, \text{lam}} = 3,05\text{ m/s}$
 lam. g.s. se Tab. 7.1 s. 397 med
 $y \cdot \sqrt{\frac{U_{\infty, \text{lam}}}{\nu x}} = 0,498 \Rightarrow \frac{y}{U_{\infty, \text{lam}}} \approx 0,15$

eller interpolation $\Rightarrow u_1(x, y) = 0,46\text{ m/s}$

c) $U_{\infty 2} = 45\text{ m/s} \Rightarrow Re_{x, 2} = \frac{U_{\infty 2} \cdot x}{\nu} = 3,0 \cdot 10^6 \therefore$
 turbulent.

$$(7.43) \Rightarrow \tau_{w, 2} = \frac{1}{2} \rho U_{\infty 2}^2 \cdot 0,027 \left(\frac{\nu}{U_{\infty 2} \cdot x} \right)^{1/2} = 3,87\text{ Pa}$$

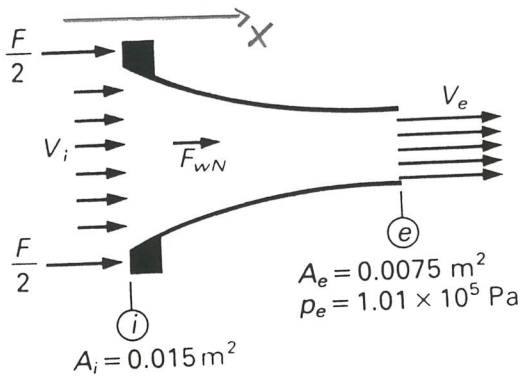
d) (7.34) $\Rightarrow u^* = \sqrt{\frac{\tau_{w, 2}}{\rho}} = 1,0836\text{ m/s}$

$$\frac{u(x, y)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y u^*}{\nu} + B$$

med $\kappa = 0,41$ och $B = 5,0$

$$\Rightarrow u_2(x, y) = 30,0\text{ m/s}$$

koll: $\frac{u^* y}{\nu} = \frac{1,0836 \cdot 0,001}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 71$



KE: $Q = A_i V_i = A_e V_e$

$$V_i = \frac{Q}{A_i} \quad (1)$$

$$V_e = \frac{Q}{A_e} \quad (2)$$

bernoulli: $p_i + \frac{1}{2} \rho V_i^2 = p_e + \frac{1}{2} \rho V_e^2$

$$p_i = p_e + \frac{1}{2} \rho (V_e^2 - V_i^2) \quad (3)$$

impulssatsen (3.40)

$$\sum F_{cv} = \dot{m}_e V_e - \dot{m}_i V_i$$

\hat{x} -led:

$$F + p_i A_i - p_e A_e = \dot{m} (V_e - V_i)$$

$$F = \dot{m} (V_e - V_i) - p_i A_i + p_e A_e =$$

$$\Rightarrow ((1), (2) \& (3) \text{ m} = \rho Q)$$

$$F = Q^2 \rho \left(\frac{1}{A_e} - \frac{1}{A_i} \right) -$$

$$- A_i \left[p_e + \frac{1}{2} \rho Q^2 \left(\frac{1}{A_e^2} - \frac{1}{A_i^2} \right) \right]$$

$$+ p_e A_e = -1330\text{ N}$$

Kraftjämvikt $F_D = F_t = mg$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho U^2 = mg \quad (1)$$

$$Re = \frac{UD}{\nu} = Re_m = \frac{U_m D}{\nu \cdot 10} \quad (2)$$

$$U_m = \frac{U \cdot 10}{15} \quad (2)$$

gissa $U = 10 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow
 $U_m = 6,6 \text{ m/s}$ (tabell) \Rightarrow
 $\Rightarrow F_m = 4840 \text{ N}$

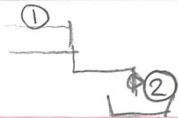
$$F_m = \frac{1}{2} C_D \left(\frac{D}{10}\right)^2 \rho U_m^2 \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{2 F_m}{\rho \left(\frac{D}{10}\right)^2 U_m^2} \quad (3)$$

$$C_D = \frac{22,2}{D^2} \quad (4)$$

(4) i (1) $\Rightarrow F_D = 1325,7 \text{ N}$
 $\Rightarrow m = 135 \text{ kg}$

5.68b $w_s = 0$



$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_f$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \quad v_1 = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_f = \rho g (z_1 - z_2) \quad (1)$$

(6.100b)

$$\Delta p_f = f \rho \frac{V^2}{2} \frac{\Delta L}{D} + (K_1 + K_2 + K_3) \rho \frac{V^2}{2} \quad (2)$$

$$(2) \text{ i } (1) \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_2^2 + f \rho \frac{v_2^2}{2} \frac{\Delta L}{D} +$$

$$(K_1 + K_2 + K_3) \rho \frac{v_2^2}{2} = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 \left(1 + f \frac{\Delta L}{D} + \frac{K_1 + K_2 + K_3}{2,46}\right) = \rho g (z_1 - z_2)$$

$h + L_1 + L_3 = 4$

gissa $U = 5 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow

$$U_m = 3,33 \text{ m/s} \quad (\text{tabell}) \Rightarrow$$

$$F_m = 1406 \text{ N} \quad (3) \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{25}{D^2} \quad (1) \Rightarrow$$

$$F_D = 375 \text{ N} \Rightarrow m = 38 \text{ kg}$$

gissa $U = 7,5 \text{ m/s}$ (2) \Rightarrow

$$U_m = 5 \text{ m/s} \quad (\text{tabell}) \Rightarrow$$

$$F_m = 2920 \text{ N} \quad (3) \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{23,36}{D^2} \quad (1) \Rightarrow$$

$$F_D = 788 \text{ N} \Rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

Svar: sluthastigheten är $7,5 \text{ m/s}$

$$v_2 = \sqrt{\frac{8g}{3,46 + \frac{f \Delta L}{D}}} \quad (3)$$

f fås ur Moodydiag. $\frac{\epsilon}{d} = 0,002$
 $\nu = 10^{-6}$

gissa $v_2 = 1 \text{ m/s} \Rightarrow Re = 100000 \Rightarrow$

$$f = 0,0255 \quad (3) \Rightarrow v_2 = 3,97 \text{ m/s}$$

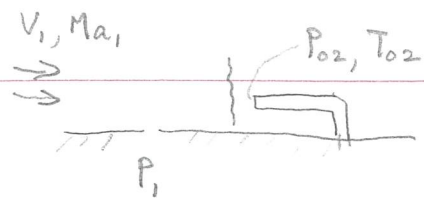
gissa $v_2 = 3,97 \Rightarrow Re = 397000$

$$\Rightarrow f = 0,024 \quad (3) \Rightarrow v_2 = 4,0 \text{ m/s OK}$$

$$Q = v_2 \cdot A = v_2 \frac{\pi D^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$t = \frac{Vol}{Q} = \frac{1}{3,14 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{32 \text{ s}}}$$

Svar: 32 s



Givet: $p_1 = 35 \text{ kPa}$

$T_{02} = 540^\circ\text{C} = 613 \text{ K}$

$p_{02} = 260 \text{ kPa}$

Sökt: Ma_1, V_1

Gissa $Ma_1 = 2,0$ Tabell B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,1278$

$\Rightarrow p_{01} = 273865 \text{ Pa}$

$Ma_1 = 2,0$, Tabell B2 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,7209 \Rightarrow p_{02} = 197430 \text{ Pa}$

För lågt.

Gissa $Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{p_1}{p_{01}} = 0,08 \Rightarrow p_{01} = 437500 \text{ Pa}$

$Ma_1 = 2,3$ B2 $\Rightarrow \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,5833 \Rightarrow$

$\Rightarrow p_{02} = 255193 \approx 260 \text{ kPa}$, OK
(noggrannare iterering $\Rightarrow Ma_1 = 2,29$)

$Ma_1 = 2,3$ B1 $\Rightarrow \frac{T_1}{T_{01}} = 0,4859 \Rightarrow$

$T_{01} = T_{02}$ (adiabatiskt)

$\therefore T_1 = 0,4859 \cdot 613 = 298 \text{ K}$

$V_1 = Ma_1 a_1 = 2,3 \sqrt{\gamma R T_1} =$

$= 2,3 \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 796 \text{ m/s}$

Svar: $Ma_1 = 2,3$ $V_1 = 796 \text{ m/s}$