MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen torsdagen den 1 november 2018, kl 08:30-13:30, ”Maskin”-salar (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via Canvas fredag 2 november 2018.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥ 34p, 4 ≥ 51p, 5 ≥ 68p

Tentaresultat: Meddelas senast torsdag 22 november 2018

Granskning: Måndag 26 november 2018, kl 11.45-12.45
Tisdag 27 november 2018, kl 11.45-12.45

Läraren besöker
tentamenssalar: ca kl. 9.30 och ca kl. 12.

Göteborg den 24 oktober 2018
Alf-Erik Almstedt, examinator, tel. 031-772 1407

MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 A
Telefon: 031-772 37 87
E-post: erik.sjodin@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Definiera Reynolds tal och visa att det är dimensionslöst. (2p)

T2. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem:

$$\frac{d}{dt}\left(B_{syst}\right) = \frac{d}{dt}\left(\int_{CV} \beta\rho d\mathcal{V}\right) + \int_{CS} \beta\rho(\boldsymbol{V_r} \cdot \boldsymbol{n})dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T3. Hur kan kontinuitetsekvationen på formen:

$$\int_{CV} \frac{\partial\rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \int_{CS} \rho(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n})dA = 0$$

förenklas om vi har;

a. endimensionella in- och utlopp?

b. stationär strömning?

c. inkompressibel och instationär strömning? (3p)

T4. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right\}$$

Förklara de ingående termerna. Under vilken förutsättning gäller förenklingen av den generella differentialekvationen för impuls till Navier-Stokes ekvation? (4p)

T5. Varför vill man uttrycka fysikaliska ekvationer på dimensionslös form? (2p)

T6. Vid fullt utbildad turbulent rörströmning kan hastighetsprofilen approximeras med sjundedelsregeln;

$$u = u_{max}\left(\frac{y}{R}\right)^{1/7} \qquad d\ddot{a}r\;\; y = R - r$$

Varför kan inte denna formel användas direkt för att beräkna väggskjuvspänningen? (2p)

T7. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också "The closure problem" (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

T8. a. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ν_t (även kallad ε_m i Turbulens-kompendiet) storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området?

b. Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden?

c. Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T9. För laminär strömning längs en plan platta är hastighetsprofilen självlikformig. Vad betyder det? (2p)

T10. Varför är golfbollar ”dimplade" och inte släta? (2p)

T11. Ljudhastigheten i en godtycklig fluid ges av

$$a = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\Big|_s \right)^{\frac{1}{2}}$$

Härled utifrån detta samband ett uttryck för ljudhastigheten i en perfekt gas med konstanta ämnesstorheter, som funktion av temperaturen. Utnyttja isen-tropsambandet

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^k$$

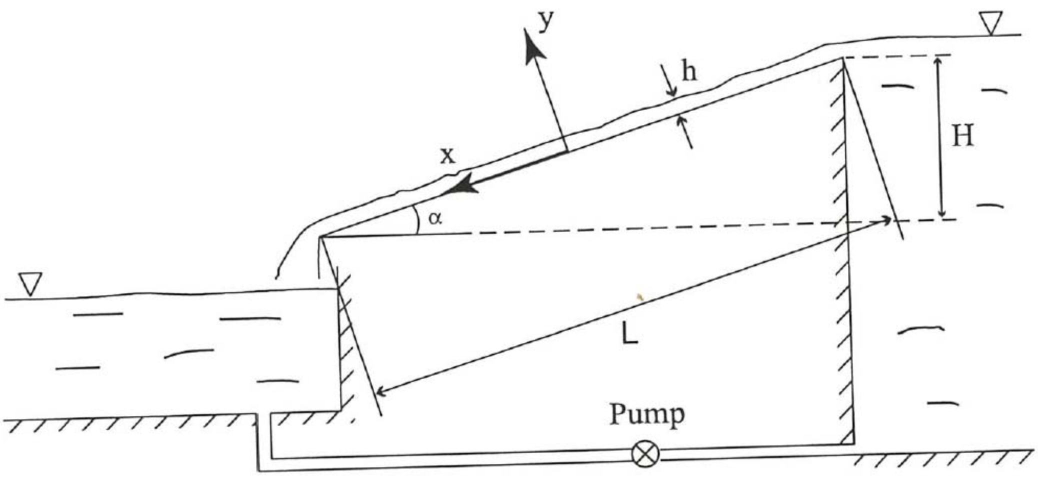
(4p)

T12. Förklara med hjälp av en figur hur trycket och hastigheten varierar för olika mottryck i ett konvergent munstycke vid utströmning från en stor behållare med trycket P_0. Vad gäller för massflödet vid olika mottryck? (3p)

Problemuppgifter

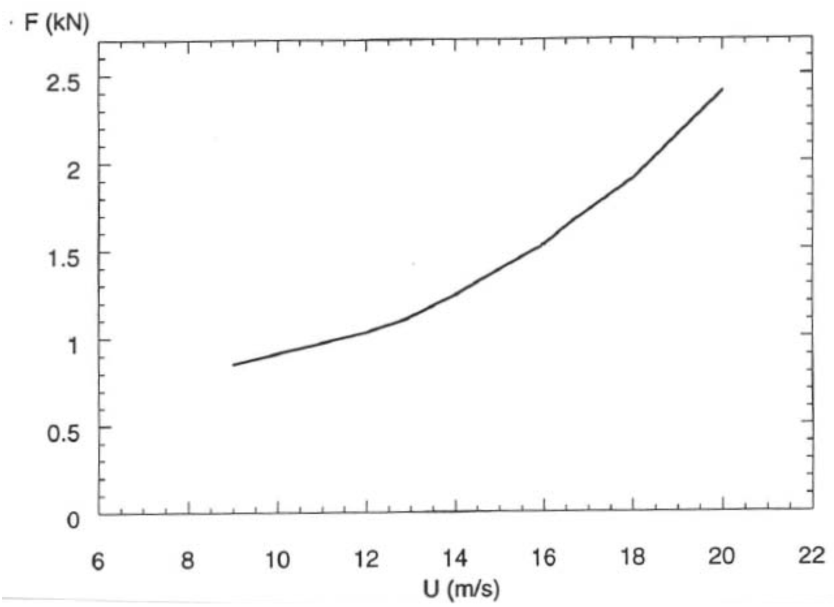
P1. En konstnär vill åstadkomma ett vattenflöde utefter en lutande vägg enligt nedanstående figur. Strömningen utefter väggen är laminär, och konstnären önskar bestämma volymflödet för att kunna beställa en pump till sitt verk. Väggens bredd är 2,0 m, dess längd, L, är 4,0 m och höjdskillnaden H är 0,75 m. Förhållandena är stationära och hastighetsprofilen är fullt utbildad efter hela väggen. Vattnets höjd på väggen, h, är konstant och lika med 3,0 mm. (10p)

Ledning: Den fria vätskeytan får antas vara friktionsfri.



P2. Vid utveckling av en ny bilmodell vill man undersöka strömningsmotståndet på bilen. Man använder då 1/10 skalmodell som testas i en vattentunnel. I figuren nedan visas resultatet, som strömningsmotståndet på modellen i kN som funktion av vattnets hastighet i m/s.

Beräkna ökningen i effekt, p.g.a. det ökade luftmotståndet, som måste tillföras bilen då den körs i 90 km/h istället för i 70 km/h. Både luftens och vattnets temperatur är 20ºC.



(10p)

P3. Genom en rak vattenledning, vars inlopp ligger 12,5 m över utloppet, rinner 240 m^3/tim vatten. Rörlängden är 60 m, rörets innerdiameter 110 mm och trycket vid in- resp utlopp uppmätes till 420 kPa resp 110 kPa. Flödet skall minskas till 200 m^3/tim genom att sätta in en lämplig ventil. Hur stor skall ventilens engångsförlustkoefficient K vara vid i övrigt oförändrade förhållanden? (10p)

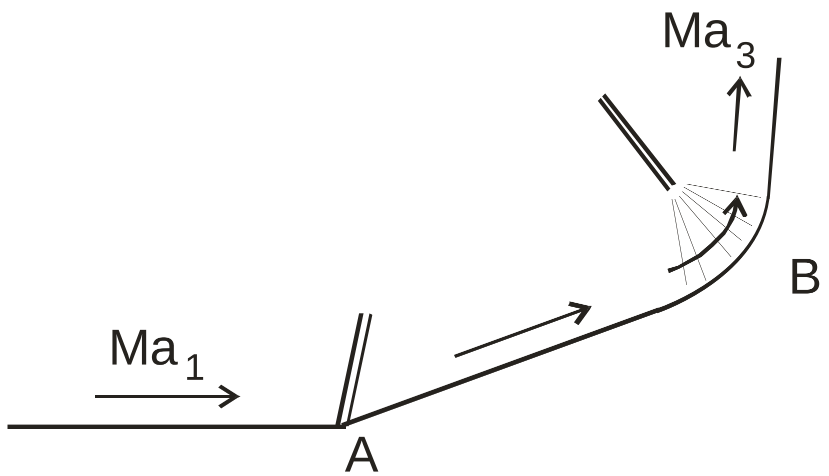
P4. Luft strömmar över en plan platta med friströmshastigheten 15 m/s. Vid en viss tvärsektion är skjuvspänningen $\tau = 0.39 \ N/m^2$ på avståndet $yu*/\nu = 5$ från väggen. Hastighetsfördelningen i området $30 < yu*/\nu < 1000$ bestäms av:

$$\frac{u}{u^*} = 2.44ln\left(\frac{yu^*}{\nu}\right) + 4.9$$

Luftens densitet är 1.2 kg/m^3 och den kinematiska viskositeten $1.4 \cdot 10^{-5} m^2/s$.

a) Bestäm väggskjuvspänningen.
b) Bestäm hur många procent av friströmshastigheten som uppnåtts när ovanstående log-lag upphör att gälla. (10p)

P5. Luft vid 20 °C strömmar parallellt utefter en plan platta med Ma = 2.5. Vid position A viker strömningen av och en sned stöt med stötvinkeln 30° uppkommer. Vid position B är väggen krökt, varför istället luften nära väggen komprimeras över en Machfana. Hur stor omlänkningsvinkel behövs i position B för att få ljudhastighet efter kompressionen?



(10p)

P1 2018-11-01

N.S i x-led: $\rho\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + v\cancel{\frac{\partial u}{\partial y}} + w\cancel{\frac{\partial u}{\partial z}}\right) = -\cancel{\frac{\partial p}{\partial x}} + \rho g \sin\alpha + \mu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}\right)$

STATIONÄRT FULLT UTB. $V=0$ 2-D FRI [redacted] YTA

$\therefore \quad \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -g\sin\alpha \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g}{\nu}\sin\alpha \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = A - \frac{g}{\nu}\sin\alpha\, y$

RV PÅ YTA: $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $y = h$ DVS $A = \frac{gh}{\nu}\sin\alpha$, $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{(h-y)g}{\nu}\sin\alpha \Rightarrow$

$u = B + \frac{(hy - y^2/2)g}{\nu}\sin\alpha$ DÅ $y=0$ ÄR $u=0 \Rightarrow B=0$

$\therefore \quad u = \frac{y(2h-y)g}{2\nu}\sin\alpha$. VOLYMFLÖDET $\dot V = b\cdot\int_0^h u(y)\,dy =$

$= \frac{bg\sin\alpha}{\nu}\left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{6}\right) = \frac{bgh^3\sin\alpha}{3\nu}$, $\sin\alpha = \frac{H}{L} \Rightarrow$

$\dot V = \frac{bgh^3H}{3\nu L} = 33$ l/s

vatten 20°C : $\mu = 1{,}005 \cdot 10^{-3}$	$\rho = 1000$
luft 20°C : $\mu = 18{,}1 \cdot 10^{-6}$	$\rho = 1{,}2$

P2 2018-11-01

70 km/h = 19,4 m/s

90 km/h = 25 m/s

C_D fås vid dynamisk likf. dvs

$Re_m = Re_b$

$$\frac{U_m D_m \rho_m}{\mu_m} = \frac{U_b D_b \rho_b}{\mu_b}$$

$$U_m = U_b \frac{D_b}{D_m} \frac{\rho_b}{\rho_m} \frac{\mu_m}{\mu_b} =$$

$$= U_b \frac{D}{\frac{D}{10}} \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{\mu_v}{\mu_l} = U_b \cdot 0{,}666$$

ur diagram fås:

	bilhast	modellhast	kraft
1	19,4 m/s	12,9 m/s	1,1 kN
2	25 m/s	16,6 m/s	1,65 kN

$$F_b = \frac{1}{2} \rho_l A_b C_D U_b^2 \qquad (1)$$

$$F_m = \frac{1}{2} \rho_v A_m C_D U_m^2 \Rightarrow$$

$$C_D = \frac{2 F_m}{A_m \rho_v U_m^2}$$ sätt in i (1)

$$F_b = \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{A_b}{A_m} \left(\frac{U_b}{U_m}\right)^2 F_m$$

$$= \frac{\rho_l}{\rho_v} \left(\frac{D}{\frac{D}{10}}\right)^2 \left(\frac{U_b}{U_m}\right)^2 F_m$$

$$= \frac{\rho_l}{\rho_v} 10^2 \left(\frac{U_b}{U_m}\right)^2 F_m \qquad (2)$$

(2) $\Rightarrow$

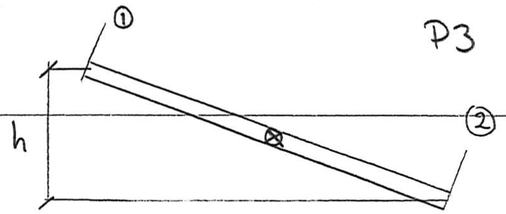
$F_b^{90} = 450$ N

$F_b^{70} = 299$ N

$P = F \cdot U$

$$\Delta P = F_b^{90} \cdot U_b^{90} - F_b^{70} \cdot U_b^{70} =$$

$= 5{,}4$ kW



P3 2018-11-01

Givet: $h = z_1 - z_2 = 12{,}5$ m

$L = 60$ m $p_1 = 420$ kPa $p_2 = 110$ kPa

$d = 0{,}11$ m $Q_A = 240\ m^3/h$ $Q_B = 200\ m^3/h$

Antag $t = 20°C \Rightarrow \nu = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$ $\rho = 10^3\ kg/m^3$

Sökt: Ventilens engångsförlustkoeff K.

Lösning Bestäm först friktionsfaktorn f för fall A

Bernoullis utvidgade ekv, (3.68 b):

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \cancel{\frac{\rho V_2^2}{2}} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \cancel{\rho w_s}$$

$\rho w_s = 0$ $V_1 = V_2$

$$\begin{cases} \Delta p_f = (420 - 110) \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 12{,}5 = 433 \cdot 10^3\ Pa \\ \Delta p_{fA} = f \frac{L}{d} \rho \frac{V^2}{2} \quad (6.30) \end{cases}$$

KE $\Rightarrow V_A = 7{,}0\ m/s \Rightarrow f_A = 0{,}0324$

$$Re_A = \frac{V_A \cdot d}{\nu} = 7{,}7 \cdot 10^5$$

Moody diagram $\Rightarrow \frac{\varepsilon}{d} = 0{,}006$

Beräkna K. $V_B = 5{,}85\ m/s$, $Re_B = 6{,}43 \cdot 10^5$

Moody diagram $\Rightarrow$ f ändras försumbart

$\therefore f_B = 0{,}0324$

Nu är $\Delta p_{fB} = \Delta p_{fA}$

$$\therefore \Delta p_f = f \frac{L}{d} \rho \frac{V_B^2}{2} + K \rho \frac{V_B^2}{2} = 433 \cdot 10^3\ Pa$$

Ins ger $K = 7{,}68$

Svar: $K = 7{,}68$

P4 2018-11-01

LÖSNING:

a) Eftersom skjuvspänningen är konstant och lika med väggskjuvspänningen (se Sunden - Turbulens s. 160) närmast väggen blir då $\tau_w = \tau\left(\frac{yu^*}{\nu} = 5\right)$

Svar: $\tau_w = 0{,}39\ N/m^2$

b) Enligt texten upphör log-lagen att gälla vid $\frac{u^* y}{\nu} = 1000$

Vi har:

$$\frac{U}{u^*} = 2{,}44 \ln\left(\frac{yu^*}{\nu}\right) + 4{,}9 \qquad (1)$$

och behöver alltså u^*.

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{0{,}39}{1{,}2}} \approx 0{,}57$$

Sätt in $\frac{u^* y}{\nu} = 1000$ och

$u^* = 0{,}57$ i (1) $\Rightarrow$

$$U = u^* \cdot \left(2{,}44 \ln(1000) + 4{,}9\right)$$

$\Rightarrow U \approx 12{,}4$ m/s

Vi hade givet att

$U_\infty = 15$ m/s $\Rightarrow$

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{12{,}4}{15} \approx 82{,}7\ \%$$

Svar: 83 %

P5 2018-11-01

P2) $k=1{,}4$

Sned stöt med $Ma_1 = 2{,}5$, $\beta = 30°$

$$Ma_{1n} = Ma_1 \cdot \sin\beta = 1{,}25$$

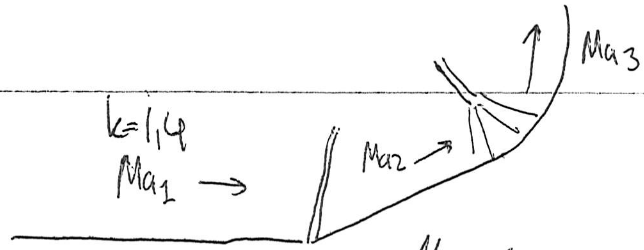
$$Ma_{2n}^2 = \frac{(k-1)Ma_{1n}^2 + 2}{2k\,Ma_{1n}^2 - (k-1)} \Rightarrow Ma_{2n} = 0{,}8126$$

(9,83f)

(9,86) $\Rightarrow \tan\theta = f(\beta, Ma_1)$, eller Fig 9,23

$$\Rightarrow \theta = 7{,}994°$$

$$Ma_2 = \frac{Ma_{2n}}{\sin(\beta-\theta)} = 2{,}1688$$



$Ma_3 = 1$

Tabell B5 $\omega(Ma_3) = 0$

$\omega(Ma_2) \approx 31{,}5°$

$$\Delta\omega = \omega(Ma_3) - \omega(Ma_2) = -31{,}5°$$