CHALMERS 2018-06-28

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen måndagen den 20 augusti 2018, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via PingPong/Canvas tisdag 21 augusti 2018.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 $\geq$ 34p, 4 $\geq$ 51p, 5 $\geq$ 68p

Tentaresultat: Meddelas senast måndag 10 september 2018

Granskning: Tisdag 11 september 2018, kl 11.45-12.45
Onsdag 12 september 2018, kl 11.45-12.45

Lärare under tentamen är Adam Jareteg, tel 772 1388
Läraren besöker tentamenssalarna: ca kl 9:30 och 12:00

Göteborg den 29 juni 2018
Alf-Erik Almstedt, examinator, tel 772 1407

MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 A
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Visa att om skjuvspänningen är proportionell mot deformationshastigheten $\frac{\delta\theta}{\delta t}$ så är den även proportionell mot hastighetsgradienten $\frac{du}{dy}$. (2p)

T2. Den generella formen av Reynolds transportteorem kan skrivas

$$\frac{d}{dt}\left(B_{syst}\right) = \frac{d}{dt}\left(\int_{cv} \beta\rho d\,V\right) + \int_{cs} \beta\rho(\boldsymbol{V}_r \cdot \boldsymbol{n})dA$$

Förklara vad de ingående termerna representerar. På vilket sätt har man nytta av ett sådant samband i just strömningslära? (4p)

T3. Skriv om den totala accelerationen med hjälp av kedjeregeln till formen med en lokal och en konvektiv term. Förklara även fysikaliskt vad de olika bidragen betyder. (5p)

T4. Rita en kontrollvolym i form av en kub och märk ut spänningarna som verkar på kubens ytor i en av riktningarna, samt teckna ett uttryck för den resulterande kraften i den riktningen. (3p)

T5. Varför vill man uttrycka fysikaliska ekvationer på dimensionslös form? (2p)

T6. Strömningsmotståndet, F_D, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn}, och ett friktionsmotstånd, F_{Dt}. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt}(\mathrm{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dt} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T7. Vad menas med inloppssträcka vid rörströmning? Beskriv vad som händer med hastighetsfältet i inloppssträckan. Vad menas med fullt utbildad rörströmning? (5p)

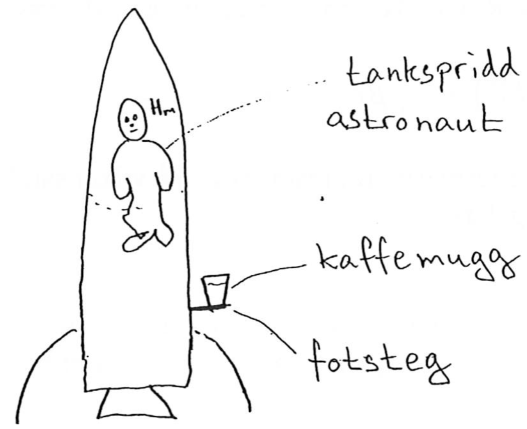
T8. Förklara hur man mäter hastigheten med ett Prandtlrör ("Pitot-Static Tube"). (3p)

T9. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T10. Ange i kurvform hur motståndskoefficienten C_D för en vinkelrätt anströmmad cylinder beror av Reynolds tal. Beskriv och förklara olika delar av kurvan. (2p)

Problem

P1. En tankspridd astronaut glömmer sin kaffemugg på fotsteget till sin raket. Beräkna trycket i kaffet i botten av muggen



a) i startögonblicket om muggen accelereras rakt upp tillsammans med raketen med accelerationen 7 g

b) om muggen ramlar av forsteget i startögonblicket och precis börjar falla (antag att muggen inte välter utan faller upprättstående)

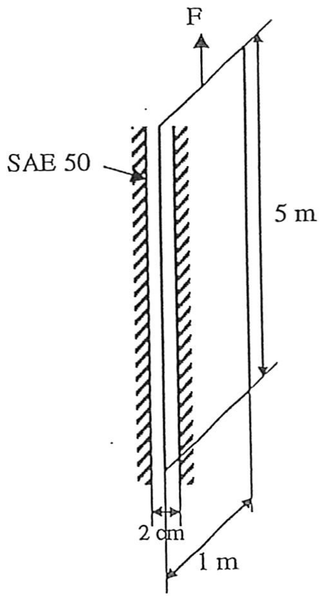
c) om muggen har fallit så länge att den uppnått konstant fallhastighet (luftmotstånd och tyngdkraft balanserar varandra).

Kaffets höjd i muggen är 5 cm och omgivningens tryck är 100 kPa (10p)

P2. En plan tunn plåt skall dras upp ur ett vertikalt hålrum som innehåller SAE50-olja av 20°C. Vid vilken hastighet blir den erforderliga kraften 850 N?

Bortse från änd- och kanteffekter samt starteffekter. Skillnaden i statiskt tryck, och plåtens egen tyngd (dock ej tyngdkraftens inverkan på oljan) får också försummas. Plåtens längd och bredd är 5 m resp 1 m och dess tjocklek är försumbar. Hålrummets vidd är 2 cm, se figur. Man kan dessutom anta att det finns lika mycket olja på båda sidor om plåten, dvs. plåten är centralt placerad i hålrummet.

Ledning: Från kraften kan skjuvspänningen bestämmas vilket underlättar bestämmandet av integrationskonstanter om det nu av en händelse skulle bli några sådana.



(10p)

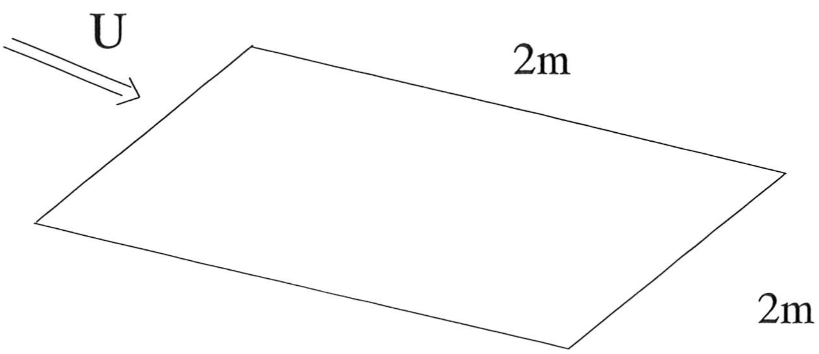
P3. En rak horisontell ventilationskanal med kvadratiskt tvärsnitt har längden 250 m och tvärsnittsytan 1,0 m^2. Trycket vid inloppet är 102,0 kPa och vid utloppet 100,0 kPa. Volymflödet är 15 m^3/s. Luftens temperatur är 20°C. I ventilationsledningens utlopp placeras ett inblåsningsgaller, vars engångsförlustkoefficient är 3,0. Hur stort blir volymflödet om förhållandena i övrigt är oförändrade? (10p)

P4. Vid ett försök i en vindtunnel användes en plan platta med mått enligt figuren. Plattan ska nu användas i en vattentunnel vid samma anströmningshastighet, vilket medför att friktionskraften på plattan kommer att öka. För att kunna dimensionera upphängningsanordningen av plattan i vattentunneln vill man bestämma den totala friktionskraften som verkar på plattan. I båda försöken mäter man hastigheten i punkten $x = 2\ m$ och $y = 0.5\ mm$. Beräkna hastigheten i denna punkt för de båda fallen. Beräkna även friktionskraften på plattan för båda fallen.

$U = 3 m/s$

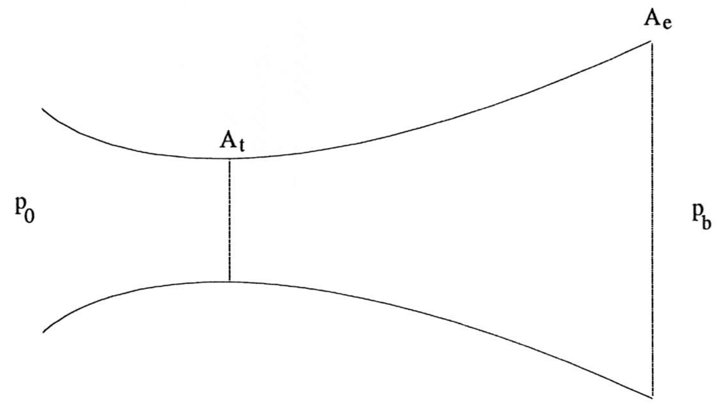
$T = 20^\circ C$

$p = 1 bar$



(10p)

P5. Vid konstruktionen av en konvergent-divergent dysa vill man undvika att en stöt uppträder i den divergerande delen av dysan.
Inom vilket eller vilka intervall kan man operera mottrycket, p_b, utan att en stöt uppträder *i dysan*. Här är $A_e/A^*=3$ och strömningen kommer från en stor behållare med trycket $p = 100\ kPa$.



(10p)

MTF052 Strömningsmekanik 2018-08-20

Lösningar

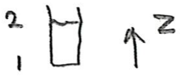
(2.8)

~~(2.19)~~ $\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a}) + \mu \nabla^2 \mathbf{V}$

Ingen relativrörelse mellan elementen

$\nabla p = \rho(\mathbf{g} - \mathbf{a})$

z-axeln uppåt $\Rightarrow \dfrac{dp}{dz} = \rho(-g - a)$ (1)



$p_2 = 100$ kPa, vi söker p_1

a) $a = 7g$

$(1) \Rightarrow \dfrac{dp}{dz} = \rho(-8g)$

$p_2 - p_1 = -8\rho g(z_2 - z_1)$

$p_1 = p_2 + 8\rho g(z_2 - z_1) =$

$= 100 \cdot 10^3 + 8 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}05 = \underline{\underline{103{,}9 \text{ kPa}}}$

b) $a = -g$

$(1) \Rightarrow \dfrac{dp}{dz} = \rho \cdot 0$

$\Rightarrow p = \text{konst} \Rightarrow p_1 = p_2 = \underline{\underline{100 \text{ kPa}}}$

c) $V = \text{konst} \Rightarrow a = 0$

$(1) \Rightarrow \dfrac{dp}{dz} = -\rho g$

$p_1 = p_2 + \rho g(z_2 - z_1) = \underline{\underline{100{,}5}}$ kPa

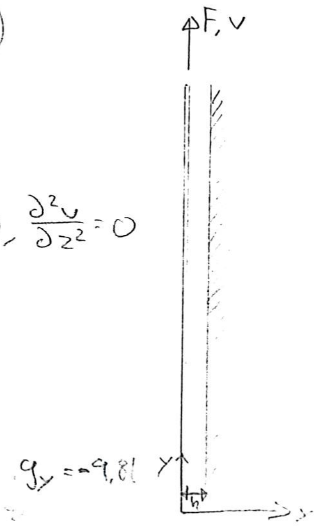
(samma som om muggen stått still, dvs hydrostatiskt, om man bortser från vakeffekter. I verkligheten minskar trycket p_2 också pga avlösning)

---

givet: $L = 5$ m, $b = 1$ m, $h = 1$ cm, $F = 850$ N, oil SAE 50 $\begin{cases} \rho = 902 \text{ kg/m}^3 \\ \mu = 0{,}86 \text{ kg/m·s} \\ \nu = 9{,}534 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \end{cases}$

sökt: V

$F = -\tau \cdot A = -\tau \cdot 2 \cdot L \cdot b \Rightarrow \tau = \dfrac{-F}{2 \cdot L \cdot b} = -85 \text{ N/m}^2 \quad \left(= \mu \dfrac{\partial v}{\partial x}\right)$



N.S. i y-riktn. (endast 2-dim strömning)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

stationärt: $\dfrac{\partial v}{\partial t} = 0$; "lång kanal": $u = 0$, $w = 0$, $\dfrac{\partial v}{\partial y} = 0$, $\dfrac{\partial v}{\partial z} = 0$, $\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$, $\dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$

försumma trycket: $\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0$

$\Rightarrow 0 = g_y + \nu\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Rightarrow \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\dfrac{g_y}{\nu}$

integrera:

$\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\dfrac{g_y}{\nu}x + C_1$ (1)

integrera:

$v = -\dfrac{g_y}{\nu}\dfrac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$ (2)

R.V. 1: $x = 0$ $\quad \mu\dfrac{\partial v}{\partial x} = \tau \Rightarrow \dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{\tau}{\mu}$

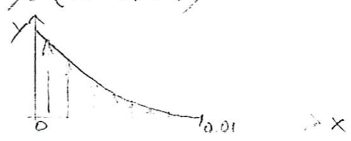
$(1) \Rightarrow \dfrac{\tau}{\mu} = -\dfrac{g_y}{\nu}\overset{0}{x} + C_1 \Rightarrow C_1 = \dfrac{\tau}{\mu}$

R.V. 2: $x = 0{,}01$ m $\quad v = 0$

$(2) \Rightarrow 0 = -\dfrac{g_y}{\nu}\dfrac{0{,}01^2}{2} + \dfrac{\tau}{\mu}0{,}01 + C_2 \Rightarrow C_2 = \dfrac{g_y}{\nu}\dfrac{0{,}01^2}{2} - \dfrac{\tau}{\mu}0{,}01$

$\Rightarrow v = -\dfrac{g_y}{\nu}\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\tau}{\mu}x + \dfrac{g_y}{\nu}\dfrac{0{,}01^2}{2} - \dfrac{\tau}{\mu}0{,}01 = \dfrac{g_y}{\nu \cdot 2}(0{,}01^2 - x^2) + \dfrac{\tau}{\mu}(x - 0{,}01)$

$v(x=0) = 0{,}47$ m/s



Givet: $p_1 = 102$ kPa $\quad A = 1\,m^2$

$p_2 = 100$ kPa $\quad Q = 15\,m^3/s$

$L = 250$ m $\quad t = 20°C$

Med galler är $K = 3{,}0$

Lösning: B:s utv. ekv (3.68b):

$$p_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \rho w_s$$

$z_1 = z_2$, $V_1 = V_2$, $w_s = 0$

Utan galler är $\Delta p_f = f\frac{L}{d}\rho\frac{V^2}{2}$ $\quad$ (~~6.30b~~) (6.10b)

$\therefore \Delta p_f = p_1 - p_2 = f\frac{L}{d}\rho\frac{V^2}{2}$

KE $\Rightarrow$ $V = \frac{Q}{A} = 15$ m/s

Kvadratiskt rör: $d_h = \frac{4A}{P} = 1$ m

$$f = \frac{(p_1 - p_2)\, d_h \cdot 2}{L\rho V^2} = 0{,}059$$

$Re = \frac{V d_h}{\nu} = 9{,}87 \cdot 10^5 > 2300$ $\therefore$ turbulent

Relativa skrovligheten ε/d fås ur Moody-diagram

$\left.\begin{array}{l} f = 0{,}059 \\ Re = 9{,}87\cdot 10^5 \end{array}\right\}$ $\frac{\varepsilon}{d_h} = 0{,}032$, och vi är till höger om linjen där f ober av Re.

Antag att vi fortfarande är i omr där f ober av Re efter att gallret satts dit (kollas sedan) $\Rightarrow$

$$p_1 - p_2 = f\frac{L}{d_h}\cdot\rho\frac{V^2}{2} + K\rho\frac{V^2}{2}$$

$\Rightarrow V = 13{,}7$ m/s

Kolla om f ändrats:

$Re = \frac{V d_h}{\nu} = 9{,}02 \cdot 10^5$

Moodydiagram ger att Re fortfarande är så stort att f är oberoende av Re

$\therefore$ Antagandet var OK

$Q = V \cdot A = 13{,}7 \cdot 1 = 13{,}7\ m^3/s$

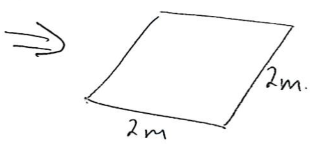
Svar: $Q = 13{,}7\ m^3/s$

$P = 1$ bar

$T = 20°C$

$U = 3$ m/s

$A = 4\,m^2$



Luft $\begin{cases} \mu = 18{,}1 \cdot 10^{-6}\ Ns/m \\ \rho = 1{,}189\ kg/m^3 \end{cases}$

Vatten $\begin{cases} \mu = 1005 \cdot 10^{-6}\ Ns/m \\ \rho = 998\ kg/m^3 \end{cases}$

Dragkraften

Luft: $\quad D = 2 \cdot \frac{1}{2} C_D \rho U^2 b \cdot L$

$Re_L = \frac{\rho U L}{\mu} = 394 \cdot 10^3$ $\therefore$ Lam.

(7.27) $\quad C_D = \frac{1{,}328}{Re_L^{1/2}} = 0{,}00211$

$D = 90{,}5 \cdot 10^{-3}$ N

Vatten:

$Re_L = \frac{\rho U L}{\mu} = 5{,}96 \cdot 10^6$ $\therefore$ Turb

(7.45) $\quad C_D = \frac{0{,}031}{Re_L^{1/7}} = 0{,}00334$

$D = 120$ N

Hastighet

Luft: $y = 0{,}5$ mm $\quad x = 2$ m.

$y \cdot \left(\frac{U}{\nu x}\right)^{1/2} = 0{,}144$

Interpolering $\Rightarrow$ $u/U = 0{,}048$

$u = 0{,}143$ m/s

Vatten:

(7.44) $\quad \tau_w = \frac{0{,}0135\, \mu^{1/7} \rho^{6/7} U^{13/7}}{L^{1/7}} = 13{,}06$ Pa

$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 114{,}4 \cdot 10^{-3}$ m/s

$y^+ = \frac{y u^* \rho}{\mu} = 56{,}8 \Rightarrow$ log-lag

$\frac{u}{u^*} = 2{,}44 \ln y^+ + 5 \quad \Rightarrow u = 1{,}7$ m/s

$$\frac{A_e}{A^*} = 3$$

$P_0 = 100$ kPa.

Två områden där vi inte får stöt:

1) Stöt i utloppet (supersoniskt)
↓
Totalt expanderat

2) Ingen strömning (subsoniskt)
↓
Chokat men subsoniskt.

1) $$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{Ma} \frac{(1 + 0{,}2\, Ma^2)^3}{1{,}728} \Rightarrow Ma_e\,(sup) = 2{,}6374. \quad Ma_e\,(sub) = 0{,}1975$$

$$\frac{P_0}{P_e} = (1 + 0{,}2\, Ma_e^2)^{3,5} \Rightarrow P_e = \ldots = 4{,}73 \text{ kPa.}$$

Över stöten

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{k+1}\left[2k\, Ma_1^2 - (k-1)\right]$$

$P_2 = 37{,}6$ kPa.

$\Rightarrow$ $\underline{0 < P_b = P_e < 37{,}6 \text{ kPa.}}$

2) $Ma_e = 0{,}1975$

$\Rightarrow P_e = 97{,}32$ kPa.

$\underline{97{,}3 < P_b = P_e < 100 \text{ kPa.}}$