MTF052 **STRÖMNINGSMEKANIK**

Tentamen torsdagen den 21 december 2017, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via PingPong fredag 22 december 2017.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥ 34p, 4 ≥ 51p, 5 ≥ 68p

Tentaresultat: Meddelas senast tisdag 16 januari 2018

Granskning: Onsdag 17 januari 2018, kl 11.45-12.45
Torsdag 18 januari 2018, kl 11.45-12.45

Läraren besöker
tentamenssalar: ca 9:30 och 12:00

Göteborg den 19 december 2017
Alf-Erik Almstedt, examinator, tel 772 1407

MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 A
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? (2p)

T3. Härled kontinuitetsekvationen på integralform för en fix kontrollvolym genom att utgå från Reynolds transportteorem

$$\frac{d}{dt}\left(B_{syst}\right)=\frac{d}{dt}\left(\int_{cv}\beta\rho d v\right)+\int_{cs}\beta\rho(\mathbf{V}_{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{n})dA$$

Förklara även vad kontinuitetsekvationen betyder fysikaliskt. (4p)

T4. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right\}$$

Förklara de ingående termerna. Under vilka förutsättningar gäller Navier-Stokes ekvation? (6p)

T5. Formulera Reynolds likformighetslag. (2p)

T6. Strömningsmotståndet, F_D, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn}, och ett friktionsmotstånd, F_{Dt}. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att formmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dn}=C_{Dn}(\mathrm{Re})\cdot A_p\cdot\frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dn} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T7. Skissa en laminär och en turbulent hastighetsprofil vid fullt utbildad rörströmning. Vilken av profilerna ger högst väggskjuvspänning vid ett givet massflöde? Motivera. (3p)

T8. Beskriv hur det går till att mäta hastigheten med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)

T9. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också ”The closure problem” (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

T10. Varför är golfbollar "dimplade" och inte släta? (2p)

T11. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$. (2p)

Problem

P1. En nytenterad teknolog avnjuter ett välförtjänt glas hallonsaft on the rocks (med en isbit i). Isbiten är kubisk med kanten 30 mm och flyter med en platt sida uppåt. Med den skarpa blick som infinner sig efter en tentamen ser hon att 2,7 mm av isbiten sticker upp ovanför saftytan. Hon inser att nästa tenta – strömningstentan! – närmar sig och tänker att de här måtten borde räcka för att beräkna isens densitet, men hur gör man? Hjälp henne att beräkna iskubens densitet! (10p)

P2. Man har i ett vindtunnelförsök mätt upp hastighetsprofilerna uppströms och nedströms en kropp, för vilken man vill bestämma strömningsmotståndet. Resultatet visas i figuren.

Uppströms är hastigheten konstant $V_1 = 20$ m/s och nedströms ges hastigheten av

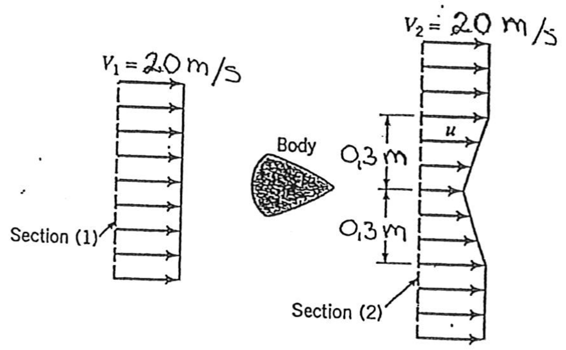
$$u = 20 - 3\left(1 - \left|\frac{y}{0{,}3}\right|\right) m/s \qquad |y| \le 0{,}3m$$

$$u = 20 \text{ m/s} \qquad |y| > 0{,}3m$$

där y är avståndet till centrumlinjen.

Antag att kroppen är 2-dimensionell, dvs att dess form inte ändras i riktningen normalt pappret.

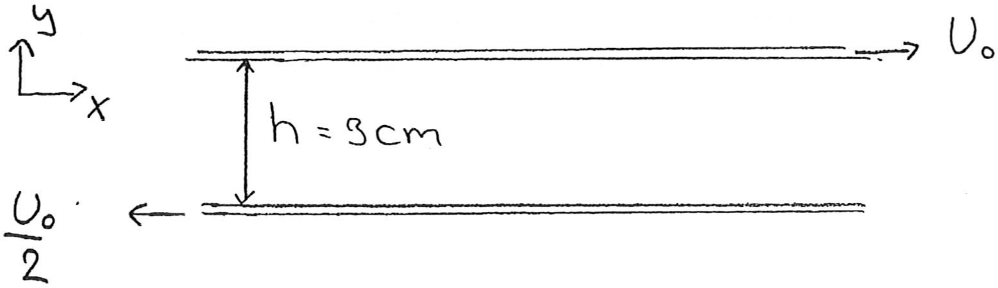
Beräkna strömningsmotståndet på kroppen, per längdenhet in i pappret. Det statiska trycket i de båda tvärsnitten är $p_1 = p_2 = 101{,}3$ kPa och luftens densitet är 1,2 kg/m^3.



(10p)

P3. Mellan två plana horisontella plattor strömmar vatten med temperaturen 20C°, se figur. I x-riktningen finns en positiv tryckgradient på 50 Pa/m. Den övre platten rör sig i positiv x-riktning med hastigheten 10 m/s och den undre plattan rör sig i negativ x-riktning med hastigheten 5 m/s.

Ange storlek och riktning på flödet/breddenhet (Q/dz).
Avståndet mellan plattorna, som kan anses ha oändlig utsträckning, är 3 cm.



(10p)

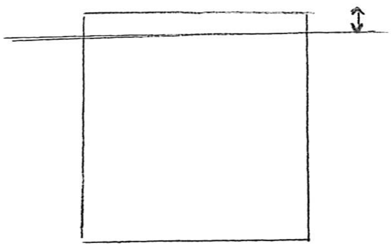
P4. En tunn plan platta anströmmas parallellt med luft av 20°C varvid den ostörda strömningen har hastigheten 50 m/s. På vilken höjd över plattan är hastigheten 42 m/s?

a) 5 cm från framkanten
b) 2.5 m från framkanten

Om något av fallen råkar vara turbulent får omslaget vid just den beräkningen anses ha skett i plattans framkant. (10p)

P5. Luft strömmar genom en konvergent-divergent dysa med cirkulärt tvärsnitt. Luften tillföres från en mycket stor behållare där trycket 0,7 MPa och temperaturen 30°C råder. Trycket utanför dysans mynning är 0,1 MPa. Dysan har i minsta sektionen diametern 0,5 cm och i mynningen 1,0 cm. Beräkna massflödet genom dysan och utred om en stöt förekommer i dysans divergerande del. (10p)

MTF052 Strömningsmekanik 2017-12-21



$h = 2{,}7$ mm

$\rho_H = 1000 \ kg/m^3$

$L = 30$ mm

Kraftbalans:

$$\rho_{is} L^3 g - \rho_H L^2 (L-h) g = 0$$

$$\rho_{is} L - \rho_H (L-h) = 0$$

$$\rho_{is} = \rho_H \frac{L-h}{L} = \frac{1000(0{,}030 - 0{,}0027)}{0{,}030} = \underline{\underline{910 \ kg/m^3}}$$

---

impulssatsen i x-led:

$$\Sigma F = \int_{CS} V\rho(V \cdot n)\,dA =$$

(inga tryckkrafter $p_1 = p_2$)

$$-\dot{m} V_1 + \int_{CS2} \rho V^2 dA =$$

$$-\rho V_1^2 2h\,dz + \rho\,dz\, 2\int_0^h u^2 dy =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz + 2\rho\,dz \int_0^h (17 + 10y)^2 dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz \int_0^h (289 + 100y^2 + 340y)\,dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz \left[289y + \frac{100y^3}{3} + \frac{340y^2}{2}\right]_0^h =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$2\rho\,dz \left(289h + \frac{100}{3}h^3 + 170h^2\right)$$

$$\frac{F}{dz} = -2\rho V_1^2 h +$$

$$+ 2\rho \left(289h + \frac{100}{3}h^3 + 170h^2\right)$$

$$= -41{,}04 \ N/m$$

F är kraften på kontrollvolym
Kraften på kroppen $F_D = -F$

$$F_D = 41 \ N/m$$

NS $-\frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2u}{dy^2} = 0$

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

$$u = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2$$

RV: $u(0) = C_2 = -\frac{U_0}{2} = -5\ m/s$

$$u(h) = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{h^2}{2} + C_1 h - \frac{U_0}{2} = U_0$$

$$C_1 h = \frac{3}{2}U_0 - \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{h^2}{2}$$

$$C_1 = \frac{3U_0}{2h} - \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{h}{2} = -250\ s^{-1}$$

$$Q = \int_A u\,dA = \int_A u\,dy\,dz =$$

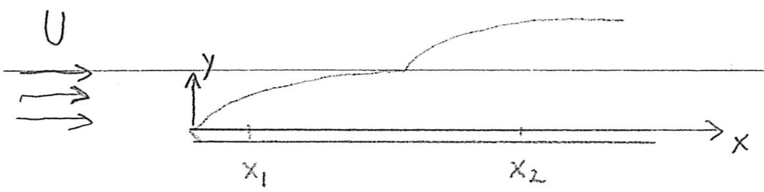
$$= dz \int_0^h \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2\,dy$$

$$\frac{Q}{dz} = \left[\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{y^3}{6} + C_1\frac{y^2}{2} + C_2 y\right]_0^h$$

$$\frac{Q}{dz} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{h^3}{6} + C_1\frac{h^2}{2} + C_2 h =$$

$$= -0{,}0375\ m^2/s$$

Svar: 37,5 L/ms i negativ x-riktning



Givet: $U = 50\ m/s$

$u(x_1, y_1) = u(x_2, y_2) = 42\ m/s$

$x_1 = 0{,}05\ m$ $\quad x_2 = 2{,}5\ m$

$t = 20°C$, $p = 100\ kPa$ $\Big\}$ $\nu = 15{,}2 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$, $\rho = 1{,}189\ kg/m^3$

Sökt: y_1 och y_2

Lösning:

a) $x = x_1$

$$Re_{x_1} = \frac{U x_1}{\nu} = 1{,}64 \cdot 10^5 < Re_{x_{kr}} \Rightarrow \text{lam.}$$

$$\frac{u}{U} = \frac{42}{50} = 0{,}84 \quad \text{Tab. 7.1} \Rightarrow \eta = 2{,}96$$

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{\frac{U}{\nu x}}} = 3{,}65 \cdot 10^{-4}\ m$$

b) $x = x_2$ $\quad Re_{x_2} = 8{,}224 \cdot 10^6 > Re_{x_{kr}} = 5 \cdot 10^5$

$\therefore$ turb gs. Antag omslag redan i framkanten

$$(7.43) \Rightarrow \tau_w = 0{,}135 \frac{\rho U^2}{\sqrt[7]{Re_x}} = 4{,}127\ Pa$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = 1{,}863\ m/s$$

Antag log-omr: $\frac{u}{u^*} = 2{,}44 \ln \frac{u^* y}{\nu} + 4{,}9$

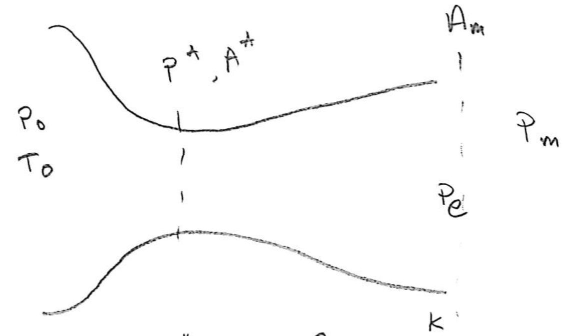
$$\Rightarrow y = \frac{\nu}{u^*} e^{\left(\frac{u}{u^*} - 4{,}9\right)/2{,}44} = 0{,}0112\ m$$

Kontroll:

$\frac{u^* y}{\nu} = 1382$, log-lagen kan anses gälla

Svar a) $y = 0{,}37\ mm$ $\quad$ b) $y = 11{,}2\ mm$

LÖSNING:



$$(9{,}32): \quad \frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0{,}5283$$

$$\Rightarrow \quad p^* = 0{,}5283 \cdot 0{,}7 \cdot 10^6 = 0{,}3698 \cdot 10^6 \text{ MPa}$$

$$p^* > p_m = 0{,}1 \text{ MPa} \Rightarrow \text{strömn. kritisk}$$

$$(9{,}47): \quad \dot{m}_{max} = \frac{0{,}6847\, p_0 A^*}{\sqrt{RT_0}} = $$

$$= \frac{0{,}6847 \cdot 0{,}7 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}005^2}{\sqrt{287 \cdot 303}} \approx$$

$$\approx \quad 0{,}0320 \text{ kg/s}$$

Anta att ingen stöt inträffar i den divergerande delen. Då gäller enl. (9.45) och (9.28a):

$$\frac{A_m}{A^*} = \frac{1^2}{0{,}5^2} = 4 = \frac{1}{Ma_m} \frac{(1+0{,}2\,Ma_m^2)^3}{1{,}728}$$

Tabell B1 $\Rightarrow$ $Ma_m = 2{,}94$

Med detta Ma-tal i mynningen skulle mynningstrycket, p_e bli:

$$\frac{p_0}{p_e} = \left[1 + \frac{1}{2}(k-1)\,Ma_m^2\right]^{\frac{k}{k-1}} \approx 33{,}56$$

$$\Rightarrow \quad p_e \approx 0{,}0209 \text{ MPa}$$

Men $p_e < p_m = 0{,}1$ MPa och alltså fås en stöt i dysan (Se fig. 9.12)