MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen måndagen den 14 augusti 2017, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Meddelas via PingPong tisdag 15 augusti 2017.

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 $\geq$ 34p, 4 $\geq$ 51p, 5 $\geq$ 68p

Tentaresultat: Meddelas senast måndag 4 september 2017

Granskning: Tisdag 5 september 2017, kl 11.45-12.45
Onsdag 6 september 2017, kl 11.45-12.45

Göteborg den 21 juni 2017
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? Förklara. (2p)

T3. Visa hur volymflödet Q och massflödet $\dot{m}$ genom en kontrollvolyms yta kan tecknas generellt. Hur lyder sambandet mellan Q och $\dot{m}$ om densiteten ρ är konstant? (2p)

T4. Härled kontinuitetsekvationen på differentialform utgående från kontrollvolyms-formuleringen,

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{out} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{in} = 0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T5. Vilka förenklingar av kontinuitetsekvationen på differentialform

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

kan göras om strömningen är

a) stationär?
b) inkompressibel? (2p)

T6. Förklara de ingående termerna i energiekvationen

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = k\nabla^2 \mathrm{T} + \Phi$$ (3p)

T7. Strömningsmotståndet, F_D, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn}, och ett friktionsmotstånd, F_{Dt}. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt}(\mathrm{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dt} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T8. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också ”The closure problem” (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

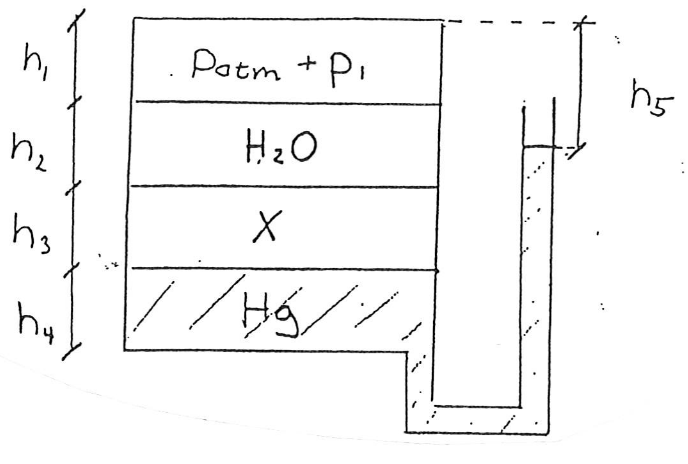
T9. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T10. Vad skiljer den turbulenta gränsskiktsekvationen från den laminära? På vad sätt påverkas lösningsmöjligheterna? (2p)

T11. Förklara uppkomsten av von Kármáns virvelgata. (3p)

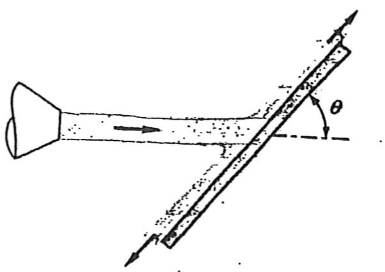
Problem

P1. I en sluten behållare, försedd med ett öppet u-rör, finns tre skikt av vätskor med olika densitet, se figur nedan. Längst ner kvicksilver, i mitten en okänd vätska och längst upp vatten. Ovanför vattenytan finns luft med övertrycket p_1. Beräkna densiteten på den okända vätskan om $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0{,}2m$, $h_5 = 0{,}24m$ och $p_1 = 43400Pa$. Behållarens diameter är 0,6 m och diametern på u-röret är 0,02 m.



(10p)

P2. P1. En horisontell vattenstråle med flödet $Q=1m^3/s$ träffar en friktionsfri platta som bildar vinkeln $\theta = 36^\circ$ mot horisontalplanet, se fig.



Hur stort blir flödet uppåt resp. nedåt på plattan? Tyngdkraftens inverkan får försummas. (10p)

P3. Vilken slutlig fallhastighet (terminalhastighet) får en fallskärmshoppare som tillsammans med sin utrustning väger 80 kg? En modell i skala 1:10 av hans fallskärm har testats i envattentunnel med följande resultat

U $[m/s]$	$F_D[N]$
2	600
4	1840
6	4000
8	6800
10	8400

Luftens och vattnets viskositet är $\nu_L = 15 \cdot 10^{-6} m^2/s$ resp $\nu_V = 10^{-6} m^2/s$.
Hopparens motståndskoefficient kan försummas. (10p)

P4. En plan platta anströmmas tangentiellt och vinkelrätt mot framkanten av luft med temperaturen 20°C och hastigheten 10 m/s.

a) Beräkna väggskjuvspänningen 3,0 m från plattans framkant

Beräkna också hastigheten i denna position på de vinkelräta avstånden
b) 10 mm ut från plattan
c) 0,1 mm ut från plattan.

Om gränsskiktet är turbulent får omslaget anses ske i plattans framkant. (10p)

P5. En lufttank är försedd med en säkerhetsventil. Då ventilen har öppnat kan den betraktas som ett konvergent munstycke med minsta arean $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^2. Omgivningens tryck och temperatur är 100 kPa resp 20°C, och temperaturen i tanken 25°C.

a) Hur stort blir massflödet då trycket i tanken är 280 kPa?
b) Vilken hastighet erhålles i mynningen då trycket i tanken sjunkit till 170 kPa och temperaturen till 15°C? (10p)

MTF052 Strömningsmekanik 24/8-17

$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$

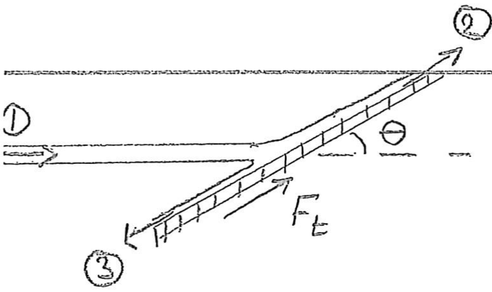
jmvkt:

$$p_1 + \rho_{H_2O} g h + \rho_x g h = (3h - h_5) g \rho_{Hg}$$

$$\rho_x = \frac{(3h - h_5) g \rho_{Hg} - \rho_{H_2O} g h - p_1}{gh} =$$

tabell: $\left.\begin{array}{l}\rho_{Hg} = 13550\ kg/m^3 \\ \rho_{H_2O} = 998\ kg/m^3\end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\rho_x = 1271\ kg/m^3$$



impulssatsen i tangentiell riktn.:

$F_t = 0$

$$F_t = \sum \left((\dot{m} V)_{ut} - (\dot{m} V)_{in} \right) \quad (1)$$

$$0 = \rho A_2 V_2^2 - \rho A_3 V_3^2 - \rho A_1 V_1^2 \cos\theta \quad (2)$$

KE: $\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 + \rho V_3 A_3 \quad (3)$

ernoulli:

$$p_1 + \rho V_1^2 = p_2 + \rho V_2^2 = p_3 + \rho V_3^2 \quad (4)$$

$\Rightarrow \quad V_1 = V_2 = V_3 \quad (5)$

(5) i (3) $\Rightarrow$

$A_1 = A_2 + A_3 \Rightarrow A_3 = A_1 - A_2$ (

(5) & (6) i (2) $\Rightarrow$

$$0 = A_2 - (A_1 - A_2) - A_1 \cos\theta$$

$$2A_2 = A_1 (1 + \cos\theta)$$

$$A_2 = A_1 \frac{(1 + \cos\theta)}{2} \quad (7)$$

$$Q_2 = A_2 V_2 \overset{(7)}{=} A_1 \frac{(1 + \cos\theta)}{2} V_2 \overset{(5)}{=} \underbrace{A_1 V_1}_{Q_1} \frac{(1 + \cos\theta)}{2} =$$

$\underline{0.9\ m^3/s}$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0{,}1\ m^3/s$$

kraftjämvikt $F_D = F_t = mg$

$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho_L U^2 = mg$ (1)

$Re = \frac{UD}{\nu_L} = Re_m = \frac{U_m D}{\nu_v \cdot 10}$

$U_m = \frac{U \cdot 10}{15}$ (2)

gissa $U = 10\,m/s$ (2) ⇒
$U_m = 6,6\,m/s$ (tabell) ⇒
⇒ $F_m = 4840\,N$

$F_m = \frac{1}{2} C_D \left(\frac{D}{10}\right)^2 \rho_v U_m^2$ ⇒

$C_D = \frac{2 F_m}{\rho_v \left(\frac{D}{10}\right)^2 U_m^2}$ (3)

$C_D = \frac{22,2}{D^2}$ (4)

(4) i (1) ⇒ $F_D = 1325,7\,N$
⇒ $m = 135\,kg$

gissa $U = 5\,m/s$ (2) ⇒

$U_m = 3,33\,m/s$ (tabell) ⇒
$F_m = 1406\,N$ (3) ⇒
$C_D = \frac{25}{D^2}$ (1) ⇒

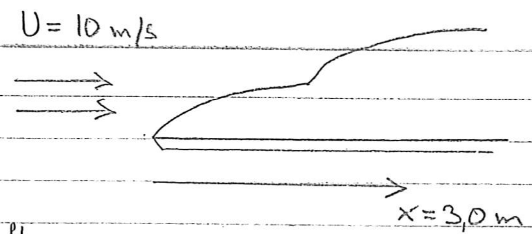
$F_D = 375\,N$ ⇒ $m = 38\,kg$

gissa $U = 7,5\,m/s$ (2) ⇒

$U_m = 5\,m/s$ (tabell) ⇒
$F_m = 2920\,N$ (3) ⇒
$C_D = \frac{23,36}{D^2}$ (1) ⇒

$F_D = 788\,N$ ⇒ $m = 80\,kg$

Svar: sluthastigheten är $7,5\,m/s$



Luft

$T = 20°C$ ⇒ $\nu = 15,2 \cdot 10^{-6}\,m^2/s$
$\rho = 1,189\,kg/m^3$

$Re_x = \frac{Ux}{\nu} = \frac{10 \cdot 3,0}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 1,974 \cdot 10^6 > Re_{kr} \approx 5 \cdot 10^5$

∴ turbulent gs vid $x = 3,0\,m$. Antag omslag redan i framkanten.

a)
(7.43) ⇒ $\tau_w = 0,0135 \cdot \frac{\rho U^2}{\sqrt[7]{Re_x}} = 0,202\,Pa$

⇒ $u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{0,202}{1,189}} = 0,4126\,m/s$

b) $y = 0,010\,m$ ⇒ $\frac{u^* y}{\nu} = \frac{0,4126 \cdot 0,010}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 271$

⇒ $10 < \frac{u^* y}{\nu} < 600$ ⇒

⇒ logaritmiska området

⇒ $\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,44 \ln \frac{u^* y}{\nu} + 4,9 =$

$= 2,44 \ln 271 + 4,9 = 18,573$

⇒ $\bar{u} = 18,573 \cdot 0,4126 = 7,66\,m/s$

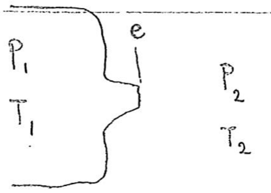
c) $y = 0,0001\,m$ ⇒ $\frac{u^* y}{\nu} = \frac{0,4126 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{15,2 \cdot 10^{-6}} = 2,71$

∴ $0 < \frac{u^* y}{\nu} < 10$ ⇒ viskösa underskiktet

⇒ $\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{u^* y}{\nu} = 2,71$

⇒ $\bar{u} = 0,4126 \cdot 2,71 = 1,12\,m/s$

Svar
a) 0,20 Pa
b) 7,7 m/s
c) 1,1 m/s



$p_{1a} = 280$ kPa $\quad T_{1a} = 298$ K

$p_{1b} = 170$ kPa $\quad T_{1b} = 288$ K

Omgivning: $p_2 = 100$ kPa $\quad T_2 = 293$ K

kritiskt tryckförhållande (9,32)

$$\frac{p^*}{p_1} = 0{,}5283$$

a) $\dfrac{p_2}{p_{1a}} = \dfrac{1}{2{,}8} = 0{,}357 < \dfrac{p^*}{p_1}$

$\therefore$ ljudhast i mynningen

$(9.46b) \Rightarrow \dot{m}_{max} = 0{,}6847\, A^* \dfrac{p_{1a}}{\sqrt{RT_{1a}}}$

$A^* = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ m^2$, $R_{luft} = 287$ Nm/kg K

$$\dot{m} = 0{,}6847 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{2{,}8 \cdot 10^5}{\sqrt{287 \cdot 298}} = 0{,}164\ kg/s$$

b) $\dfrac{p_2}{p_{1b}} = \dfrac{1}{1{,}7} = 0{,}588 > \dfrac{p^*}{p_1}$

$\therefore$ underljudshast i mynningen

$(9.35) \Rightarrow Ma_e^2 = 5\left[\left(\dfrac{p_{1b}}{p}\right)^{2/7} - 1\right] = 5\left[\left(\dfrac{1{,}7}{1}\right)^{2/7} - 1\right] = 0{,}8185$

$(9.35) \Rightarrow \dfrac{T_{1b}}{T_e} = \dfrac{Ma_e^2}{5} + 1 = 1{,}163 \Rightarrow T_e = \dfrac{288}{1{,}163} = 247{,}5$ K

$a_e = \sqrt{\kappa R T_e} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 247{,}5} = 315{,}3$ m/s

$Ma_e = \sqrt{0{,}8185} = 0{,}905 = \dfrac{V_e}{a_e}$; $V_e = 315{,}3 \cdot 0{,}905 = 285$ m/s

Svar: $\dot{m}_a = 0{,}16$ kg/s, $V_e = 285$ m/s