

**MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK**

**Tentamen torsdagen den 22 december 2016, kl 08:30-13:30, M-huset  
(OBS! 5-timmarstenta)**

**Hjälpmedel:** **Teoridelen:**  
Inga hjälpmedel tillåtna

**OBS!** Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

**Problemdelen:**

Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsninganteckningar - dock ej lösta exempel.

**Lösningar:** Anslås på institutionens anslagstavla fredag 23 december 2016.

**Betygsgränser:** Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3  $\geq 34$ p, 4  $\geq 51$ p, 5  $\geq 68$ p

**Tentaresultat:** Meddelas senast måndag 16 januari 2017

**Granskning:** Tisdag 17 januari 2017, kl 11.45-12.45  
Onsdag 18 januari 2017, kl 11.45-12.45

Göteborg den 19 december 2016  
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

**TILLÄMPAD MEKANIK**  
Chalmers tekniska högskola  
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr  
Telefon: 031-772 37 87  
E-post: ullt@chalmers.se  
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB  
Organisationsnummer 556479-5598



## Teoriuppgifter

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Förenkla impulsekvationen  $\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left( \int_{cv} \mathbf{V} \rho d\mathbf{v} \right) + \int_{cs} \mathbf{V} \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dA$  för  
a) fix kontrollvolym,  
b) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp,  
c) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp samt stationär strömning. (3p)

T3. Härled kontinuitetsekvationen på differentialform utgående från kontrollvolymformuleringen,

$$\int_{cv} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{out} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{in} = 0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T4. Strömningsmotståndet,  $F_D$ , för en omströmd kropp kan delas upp i ett formmotstånd,  $F_{Dn}$ , och ett friktionsmotstånd,  $F_{Dt}$ . Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt}(\text{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten  $C_{Dt}$  enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T5. Förklara hur man mäter hastigheten med ett Prandtlrör ("Pitot-Static Tube"). (2p)

T6. Vid Reynolds dekomposition delas hastighetskomponenterna och trycket upp i en tidsmedelvärderad och en fluktuerande del, t.ex. enl.  $u = \bar{u} + u'$ . Definiera tidsmedelvärdet samt visa att tidsmedelvärdet av den fluktuerande komponenten är noll. (3p)

T7. Hur anges storleken eller styrkan på en fluktuerande komponent i turbulent strömning? Definiera och förklara varför. (2p)

T8. För ett laminärt gränsskikt på en plan platta är

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

Bestäm det totala friktionsmotståndet,  $D$ , för en sida av plattan. Denna kraft uttrycks ofta m.h.a. en dimensionslös motståndskoefficient,  $C_D$ . Bestäm  $C_D$  uttryckt m.h.a.  $\text{Re}_L$ , d.v.s med hjälp av Reynoldstalet i plattans bakkant. (4p)

T9. Härled ljudhastigheten för en godtycklig fluid. Under vilket antagande ska tryckderivatan beräknas?

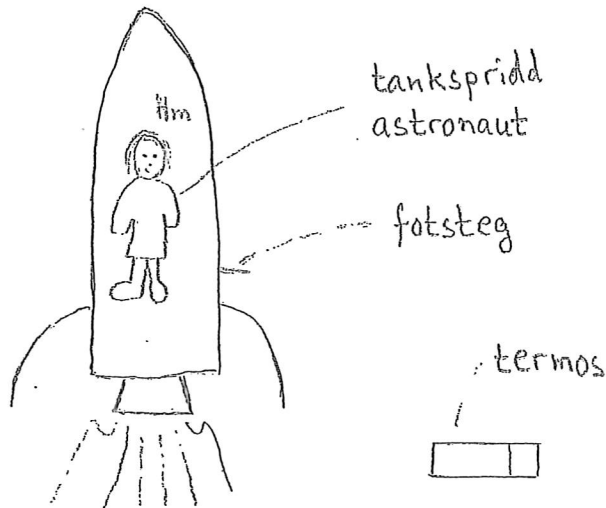
(6p)

### Problem

P1. En nytenterad teknolog avnjuter ett välförtjänt glas hallonsaft on the rocks (med en isbit i). Isbiten är kubisk med kanten 30 mm och flyter med en platt sida uppåt. Med den skarpa blick som infinner sig efter en tentamen ser hon att 2,7 mm av isbiten sticker upp ovanför saftytan. Hon inser att nästa tenta – strömningstenta! – närmar sig och tänker att de här måtten borde räcka för att beräkna isens densitet, men hur gör man? Hjälp henne att beräkna iskubens densitet!

(10p)

P2. En tankspridd astronaut glömmet sin kaffetermos på fotsteget till sin raket. Hon har redan druckit upp det mesta av kaffet, och termosen är av NASAs lättviktsmodell varför den endast väger 0,3 kg. Några hundra meter upp i luften ramlar termosen av och faller liggande ner mot marken, se figur. Termosen är 0,3 m lång, diametern är 0,1 m och ytan är slät. Beräkna dess slutliga fallhastighet (terminalhastighet).



(10p)

P3. Från en stor oljetank pumpas 0,60 kg/s olja genom en 230 m lång rörledning med diametern 0,030 m. Skrovligheten på rörets insida,  $\epsilon$ , är 0,40 mm. Hur stor effekt måste tillföras oljan i en förlustfri pump? Röret utmynnar i omgivningen 8,8 m högre än tankens yta. Oljans viskositet är  $55 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  och dess densitet är  $850 \text{ kg/m}^3$ .

(10p)

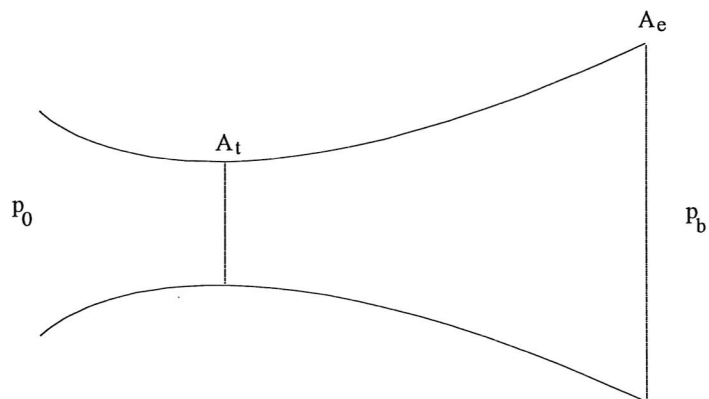
P4. I ett turbulent gränsskikt i vatten uppmättes medelhastigheten som funktion av avståndet från väggen. Man får följande resultat:

$y$ (mm)	$\bar{u}$ (m/s)
3,53	0,1022
5,50	0,1130
8,58	0,1195
13,36	0,1270
20,88	0,1347
32,50	0,1414
49,58	0,1580
68,38	0,1712
88,88	0,1804
129,89	0,1873

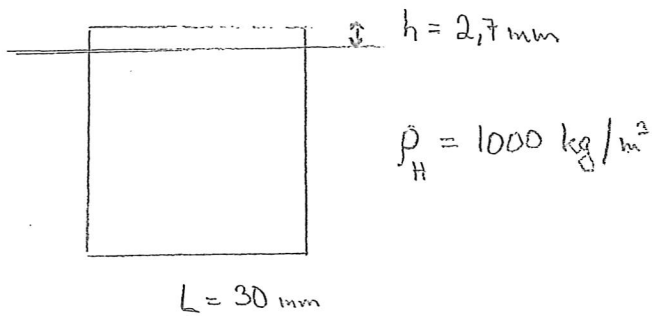
Beräkna väggskjuvspänningen samt hastigheten i en punkt på avståndet 0,1 mm från väggen. (10p)

P5. Vid konstruktionen av en konvergent-divergent dysa vill man undvika att en stöt uppträder i den divergerande delen av dysan.

Inom vilket eller vilka intervall kan man operera mottrycket,  $p_b$ , utan att en stöt uppträder i dysan. Här är  $A_e/A^* = 3$  och strömningen kommer från en stor behållare med trycket  $p = 100$  kPa.



(10p)

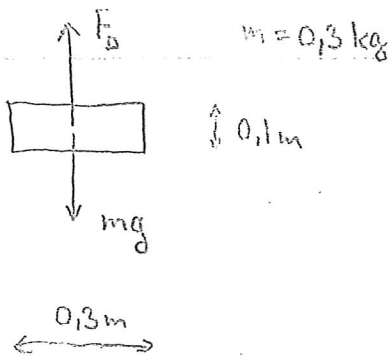


Kraftbalans:

$$\rho_{is} L^2 g - \rho_H L^2 (L-h) g = 0$$

$$\rho_{is} L - \rho_H (L-h) = 0$$

$$\rho_{is} = \rho_H \frac{L-h}{L} = \frac{1000 (0,030 - 0,0027)}{0,030} = \underline{\underline{910 \text{ kg/m}^3}}$$



$$\text{Kontroll: } Re = \frac{15,1 \cdot 0,1}{15 \cdot 10^{-6}} = 1,00 \cdot 10^5$$

OK, enl White s. 326 gäller

$$\frac{L}{d} \Rightarrow C_D = 0,72 \text{ för } 10^4 < Re < 10^5$$

$$C_D \rho \frac{V^2}{2} L d = mg$$

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C_D L d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 9,81}{1,2 \cdot 0,72 \cdot 0,3 \cdot 0,1}} = \frac{12,79}{\sqrt{C_D}}$$

White s. 503 ger motsvarande,

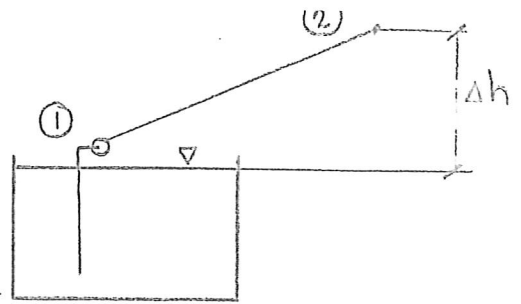
$Re \geq 10^4$  och laminärt

Svar:  $V = 15,1 \text{ m/s}$

Gissa  $C_D = 0,72$ , White s. 326,  $L/d = 3$

Ins ger  $V = 15,1 \text{ m/s}$

SÖKT: TILLFÖRD EFFEKT I PUMPEM.



BERNOULLIS LIV. EKVATION GER:  
5.68b)

$$p_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \rho g h_2 + \Delta p_f + \rho W_s$$

$$-\rho W_s = \rho g (h_2 - h_1) + \rho \frac{V_2^2}{2} + \Delta p_f$$

$$\Delta p_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \rho \frac{V^2}{2}$$

BESTÄM  $V$  OCH  $f$ !

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot V \Rightarrow V = 1,00 \text{ [m/s]}$$

TURBULENT ELLER LAMINÄRT?

$$Re_d = \frac{V \cdot d}{\nu} = 545 \Rightarrow \text{LAMINÄRT} \Rightarrow f = \frac{64}{Re} = 0,117$$

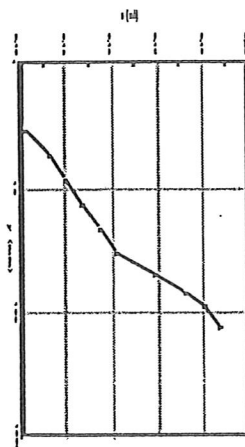
$$-W_s = g \cdot \Delta h + \left(1 + \frac{fL}{d}\right) \frac{V^2}{2} = 535 \text{ [Nm/kg]}$$

$$\text{MEN EFFEKTEN } |P| = \dot{m} |W_s| = 0,60 \cdot 535 = 321 \text{ [W]}$$

SVAR:  $|P| = 321 \text{ W}$

Givet:  $\nu(20^\circ\text{C}) = 1,004 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$   $\rho(20^\circ\text{C}) = 998,2 \text{ kg/m}^3$

Lösning: Ritas hastighetsprofilen som funktion av  $\log(y)$  fäs.



Punkterna 2-6 ligger på en rät linje, log-linjen. På denna gäller (6.21):

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu^*}{\nu} + B$$

med  $\kappa = 0,41$  och  $B = 5,0$ . Vi väljer punkten 3 och finner

$$\frac{0,1195}{u^*} = \frac{1}{0,41} \ln \frac{0,00858u^*}{1,004 \cdot 10^{-6}} + 5$$

Passningsräkning ger:  $u^* = 0,007834 \text{ m/s}$

Väggsjvspänningen fäs nu som (6.18)  $\tau_w = \rho u^{*2} = 61,3 \text{ mPa}$

Beräkna dimensionslös avstånd från väggen för punkten  $y = 0,1 \text{ mm} \Rightarrow$

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} = \frac{0,0001 \cdot 0,007834}{1,004 \cdot 10^{-6}} = 0,780$$

Punkten ligger alltså i det viskösa underskiktet, där det gäller (6.22):

$$u = u^* y^+ = 6,11 \text{ mm/s}$$

$$\frac{A_e}{A^*} = 3$$

$$P_0 = 100 \text{ kPa}$$

Trä områden där vi inte får

stöta: 1) stöt i utloppet  
↓  
Totalt expanderat (supersoniskt)

2) Ingen strömning  
↓  
Chokot men subsoniskt (subsoniskt)

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{Ma} \frac{(1 + 0,2 Ma^2)^3}{1,728} \Rightarrow Ma_e(\text{sup}) = 2,6374$$

$$Ma_e(\text{sub}) = 0,1975$$

$$2) Ma_e = 0,1975$$

$$\Rightarrow P_e = 97,32 \text{ kPa}$$

$$\underline{97,3 < P_b = P_e < 100 \text{ kPa}}$$

$$\frac{P_0}{P_e} = (1 + 0,2 Ma_e^2)^{2,5} \Rightarrow P_e = \dots = 4,73 \text{ kPa}$$

Över stöten

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{k+1} [2k Ma_1^2 - (k-1)]$$

$$P_2 = 37,6 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \underline{0 < P_b = P_e < 37,6 \text{ kPa}}$$