CHALMERS 2015-08-11

MTF052 **STRÖMNINGSMEKANIK**

Tentamen måndagen den 17 augusti 2015, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla tisdag 18 augusti 2015

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 $\geq$34p, 4 $\geq$51p, 5 $\geq$68p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 4 september 2015

Granskning: Måndag 7 september 2015, kl 11.45-12.45
Tisdag 8 september 2015, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 11 augusti 2015
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

Lärare under tentamen: Bastian Nebenführ, 076-583 91 66

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Förklara skillnaden mellan Eulerskt och Lagrangeskt betraktelsesätt. (2p)

T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? (2p)

T3. Skriv om kontrollvolymsformuleringen av kontinuitetsekvationen

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \int_{CS} \rho(V \cdot n)dA = 0$$

för

a) endimensionella in- och utlopp
b) stationära förhållanden
c) inkompressibel strömning och instationära förhållanden (3p)

T4. Skriv om den totala accelerationen med hjälp av kedjeregeln till formen med en lokal och en konvektiv term. Förklara även fysikaliskt vad de olika bidragen betyder. (5p)

T5. Förenkla följande ekvationssystem för inkompressibel strömning med konstant temperatur. Teckna spänningstensorn med hjälp av Newtons ansats. Vilka obekanta storheter kan nu beräknas och hur många ekvationer har man till sitt förfogande?

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij}$$

$$\rho \frac{d\hat{u}}{dt} + p(\nabla \cdot \mathbf{V}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi$$ (5p)

T6. Strömningsmotståndet, F_D, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn}, och ett friktionsmotstånd, F_{Dt}. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt}(\mathrm{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dt} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T7. Beskriv hur det går till att mäta hastigheten med en venturimeter samt härled den ekvation du behöver använda för att bestämma hastigheten. (4p)

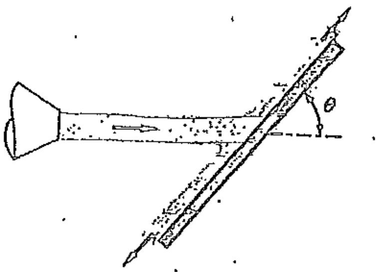
T8. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också "The closure problem" (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

T9. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? ( )

T10. Vad menas med Prandtl-Meyer-expansion? Illustrera med figur. (2p)

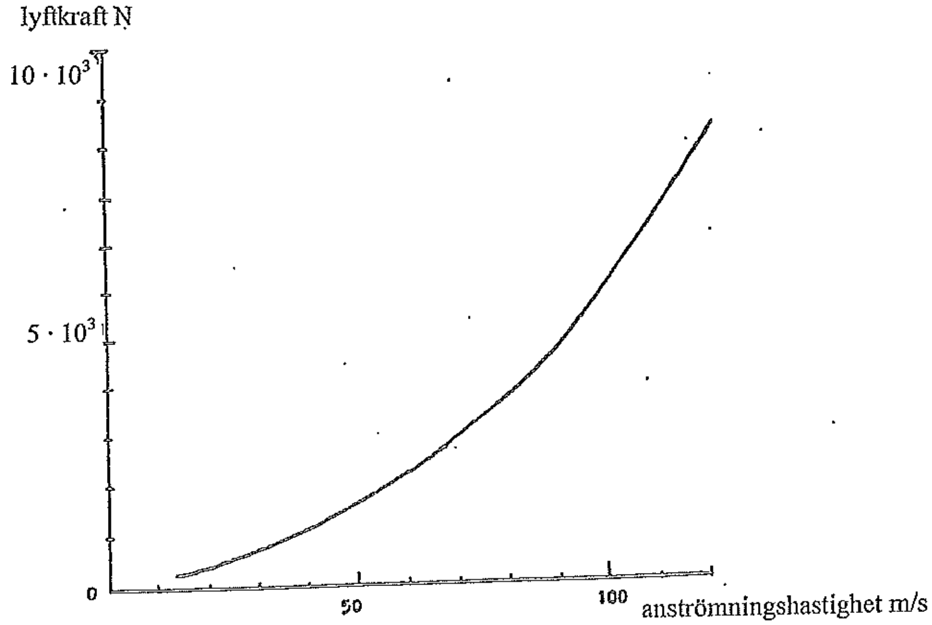
Problem

P1. En horisontell vattenstråle med flödet $Q=1 m^3/s$ träffar en friktionsfri platta som bildar vinkeln $\theta = 36°$ mot horisontalplanet, se fig.



Hur stort blir flödet uppåt resp. nedåt på plattan? Tyngdkraftens inverkan får försummas. (10p)

P2. Man önskar bestämma lyftkraften på en vinge med vingkordan 1,0 m, då den med en viss anfallsvinkel flyger med hastigheten 25 m/s i luft av 20°C. För den skull gör man ett modellförsök i en vindtunnel. Anfallsvinkeln är densamma i båda fallen men lufttemperaturen i tunneln är 30°C. Modellvingen har kordan 0,30 m och dess längd har skalats i samma förhållande. För modellen uppmätes följande lyftkraft-anströmningshastighetsdiagram:



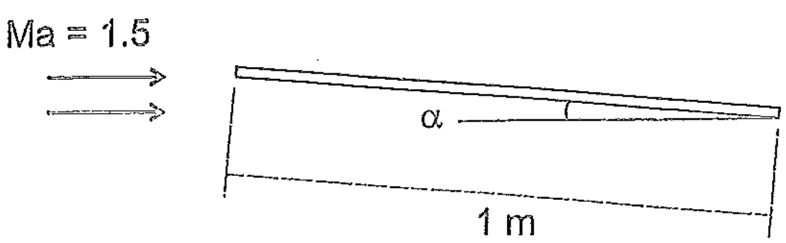
Vad blir lyftkraften på den stora vingen då man flyger med hastigheten 25 m/s? (10p)

P3. För att tömma ett akvarium använder man en hävert bestående av en 8,5 m lång plastslang med innerdiametern 8,0 mm. Slangen leds från akvariet till en brunn i badrummet och avståndet mellan vattenytan i akvariet och slangens utlopp är 0,90 m. Slangens inlopp ligger 0,10 m under vattenytan i akvariet. Vattentemperaturen är 20°C. Slangens skrovlighet ε är 0,001 mm.

Bestäm vattenflödet per minut i slangen. (10p)

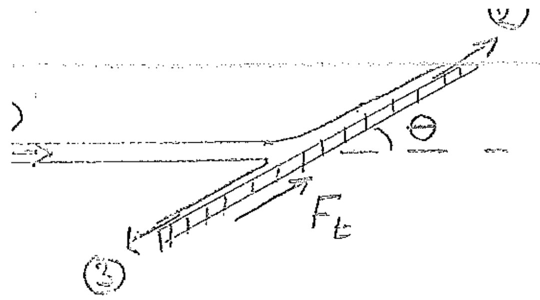
P4. En tunn frigolitskiva som är 2 m lång och 1 m bred har hamnat i blåsväder och landat i en liten sjö. Vindhastigheten är 20 m/s och skivan flyter platt på vattenytan. Beräkna vilken hastighet skivan driver iväg med om långsidan är parallell med vindriktningen. Försumma eventuella vågor på sjön och undervattensströmmar. Skivan är skrovlig med ytråheten $\varepsilon = 2$ mm och såväl vatten- som lufttemperatur är 20°C. (10p)

P5. En prototyp till ett överljudsflygplan väger 6000 kg och har platta vingar enligt figuren nedan. Hur lång total vingbredd (spannvidd) behövs för att flyga på konstant höjd med anfallsvinkeln $\alpha = 2°$ vid Ma = 1,5? Vingarnas korda är 1,0 m och lufttrycket är 26400 Pa.



(10p)

MTF052 Strömningsmekanik 150817



Impulssatsen i tangentiell riktning:

$F_t = 0$

$F_t = \sum \left((\dot m V)_{ut} - (\dot m V)_{in} \right)$ (1)

$0 = \rho A_2 V_2^2 - \rho A_3 V_3^2 - \rho A_1 V_1^2 \cos\theta$ (2)

$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 + \rho V_3 A_3$ (3)

Bernoulli:

$p_1 + \rho V_1^2 = p_2 + \rho V_2^2 = p_3 + \rho V_3^2$ (4)

$\Rightarrow V_1 = V_2 = V_3$ (5)

(5) i (3) $\Rightarrow$

$A_1 = A_2 + A_3 \Rightarrow A_3 = A_1 - A_2$ (6)

(5) & (6) i (2) $\Rightarrow$

$0 = A_2 - (A_1 - A_2) - A_1 \cos\theta$

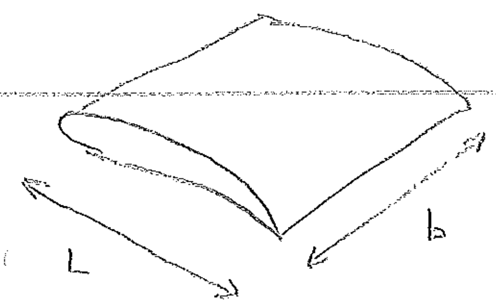
$2A_2 = A_1(1+\cos\theta)$

$A_2 = A_1 \dfrac{(1+\cos\theta)}{2}$ (7)

$Q_2 = A_2 V_2 \overset{(7)}{=} A_1 \dfrac{(1+\cos\theta)}{2} V_2 \overset{(5)}{=} \underbrace{A_1 V_1}_{Q_1} \dfrac{(1+\cos\theta)}{2} =$

$\underline{0{,}9 \text{ m}^3/\text{s}}$

$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0{,}1 \text{ m}^3/\text{s}$



Fullskala	modell
$L = 1{,}0$ m	$L = 0{,}3$ m
$U = 25$ m/s	$U = ?$
$t = 20°C$	$t = 30°C$

D&D eller White:

$\nu = 15{,}2 \cdot 10^{-6}$ m²/s	$\nu = 16{,}2 \cdot 10^{-6}$ m²/s
$\rho = 1{,}189$ kg/m³	$\rho = 1{,}151$ kg/m³

Sökt $(F_L)_f$

Re-likformighetslag. $\Rightarrow (Re)_f = (Re)_m$

$\Rightarrow \left(\dfrac{UL}{\nu}\right)_f = \left(\dfrac{UL}{\nu}\right)_m$

$U_m = \dfrac{\left(\frac{UL}{\nu}\right)_f}{(L/\nu)_m} = 88{,}82$ m/s

White kap 5
eller utdelat [illegible] $\Rightarrow F_L = C_L(Re) \cdot A \cdot \rho \dfrac{U^2}{2}$

Samma Re $\Rightarrow (C_L)_f = (C_L)_m$

$\dfrac{(F_L)_f}{(F_L)_m} = \dfrac{(A\rho U^2)_f}{(A\rho U^2)_m} = \dfrac{(Lb\rho U^2)_f}{(Lb\rho U^2)_m} =$

$= \left[\begin{matrix} \text{Samma skalfaktor} \\ \text{på } L \text{ och } b \end{matrix} \right] = \dfrac{(L^2 \rho U^2)_f}{(L^2 \rho U^2)_m}$

$\Rightarrow (F_L)_f = (F_L)_m \cdot \dfrac{1{,}0^2 \cdot 1{,}189 \cdot 25^2}{0{,}3^2 \cdot 1{,}151 \cdot 88{,}82^2}$ (1)

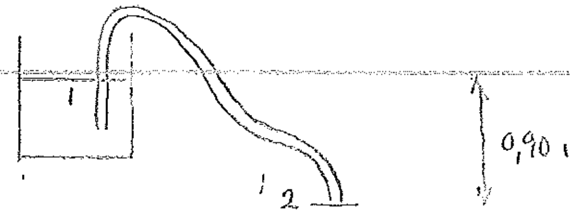
Diagram ger (för $U_m = 88{,}82$ m/s)

$(F_L)_m = 4{,}7 \cdot 10^3$ N

Ekv (1) $\Rightarrow (F_L)_f = 4274$ N

$\underline{\text{Svar: } 4{,}3 \cdot 10^3 \text{ N}}$

Bernoullis utvidgade (3.68b):



$$p_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f$$

$p_1 = p_2$, $V_1 \approx 0$, $z_1 - z_2 = 0{,}9$ $\Rightarrow$

$0{,}9\,\rho g = \rho\frac{V_2^2}{2} + \Delta p_f$ där $\Delta p_f = f\,\rho\frac{V^2}{2}\frac{L}{d}$ (6.10b) ~~(6.80b)~~, $f = f(Re, \frac{\varepsilon}{d})$, $\frac{\varepsilon}{d} = 1{,}25\cdot 10$

$\therefore$ $\boxed{0{,}9\,g = \frac{V_2^2}{2}\left(1 + f\frac{L}{d}\right)}$ (1)

$\nu = 1\cdot 10^{-6}$ m²/s, $L = 8{,}5$ m, $d = 0{,}008$ m

Antag laminärt, ~~(6.46)~~ (6.11) $\Rightarrow$

$f = \frac{64}{Re}$ $\Rightarrow$ $0{,}9\,g = \frac{V_2^2}{2}\left(1 + \frac{L}{d}\cdot\frac{64\nu}{d\,V_2}\right)$

$\Rightarrow$ $V_2 = 1{,}73$ m/s $\Rightarrow$ $Re = 13840 > 2300$

$\therefore$ Turbulent strömning, antagandet var fel.

Använd ~~(6.64a)~~ (6.49)

$$\frac{1}{f^{1/2}} \approx -1{,}8\log\left[\frac{6{,}9}{Re_d} + \left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right] \quad (2)$$

Iterera; $Re = 13840$, (2) $\Rightarrow$ $f = 0{,}0285$

Ins i (1) $\Rightarrow$ $V_2 \doteq 0{,}752$ $\Rightarrow$ $Re = 6017$

(2) $\Rightarrow$ $f = 0{,}0358$, (1) $\Rightarrow$ $V_2 = 0{,}673$ $\Rightarrow$ $Re = 5384$

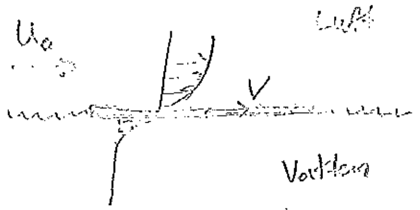
etc $\Rightarrow$ $V_2 = 0{,}66$ m/s $Re = \frac{Vd}{\nu} = 5285 > Re_{kr}$

$Q = V_2\frac{\pi d^2}{4} = 3{,}32\cdot 10^{-5}$ m³/s

Svar: Q = 2,0 liter/min

(Det går lika bra att använda Moody-diagram, ε/d är liten ⇒ ≈ slätt rör.)

Givet: $L = 2$ m
$b = 1$ m
$U_0 = 20$ m/s
$T = 20$°C
$\varepsilon = 2$ mm



Sökes: V, hastigheten på skivan

Lösning:
$\nu_{luft} = 1{,}5\cdot 10^{-5}$ m²/s
$\rho_{luft} = 1{,}2$ kg/m³
$\nu_{H_2O} = 1{,}005\cdot 10^{-6}$ m²/s
$\rho_{H_2O} = 998$ kg/m³

$\frac{L}{\varepsilon} = \frac{2}{0{,}002} = 1000$

{Fig 7.6, antag "fully rough"! ($Re > 10^6$)}

$\Rightarrow$ $C_{D,ovan} = C_{D,under}$

$F_{ovan} = F_{under}$

$F_{ovan} = C_D\cdot\frac{\rho_l (U_0 - V)^2}{2}\cdot L\cdot b$

$F_{under} = C_D\cdot\frac{\rho_{H_2O}\cdot V^2}{2}\cdot L\cdot b$

$\Rightarrow$ $\cancel{C_D}\cdot\frac{\rho_l (U_0 - V)^2}{\cancel{2}}\cdot\cancel{L}\cdot\cancel{b} = \cancel{C_D}\cdot\frac{\rho_{H_2O}\cdot V^2}{\cancel{2}}\cdot\cancel{L}\cdot\cancel{b}$

$\Rightarrow$ $V^2 - \frac{2U_0}{\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_l}\right)}\cdot V + \frac{U_0^2}{\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_l}\right)} = 0$

$\Rightarrow$ $V^2 + 0{,}048154\cdot V - 0{,}48154 = 0$

$\Rightarrow$ ~~$V_1 = -0{,}72$~~, $V_2 = 0{,}67$ m/s $\Rightarrow$

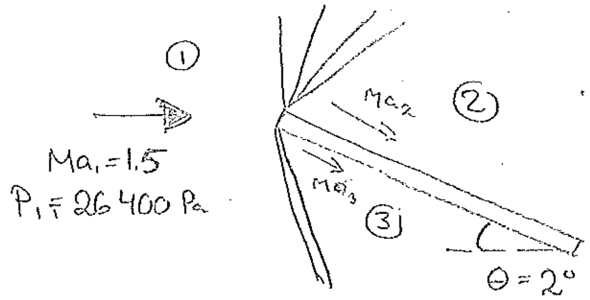
$Re_{ovan} = \frac{19{,}33\cdot 2}{1{,}5\cdot 10^{-5}} \approx 2{,}6\cdot 10^6$

$Re_{under} = \frac{0{,}67\cdot 2}{1{,}005\cdot 10^{-6}} \approx 1{,}3\cdot 10^6$

"fully rough" antagandet ok!

Svar: V = 0,67 m/s

$m = 6000$ kg
$g = 9,81$
$c = 1$ m
$k = 1,4$



1) Före vingen $\frac{p_0}{p_1} = (1+0,2Ma_1^2)^{3,5} \Rightarrow p_0 = 96915$ Pa

2) Isentropisk expansion.
[B5] $\omega(Ma_1 = 1,5) = 11,91^\circ$
2° expansion $\Rightarrow \omega(Ma_2) = 13,91^\circ$
$\Rightarrow$ {Interpolera} $Ma_2 = 1,568$.
$\frac{p_{02}}{p_2} = (1+0,2Ma_2^2)^{3,5}$ $[p_{02} = p_0] \Rightarrow p_2 = \underline{23904 \text{ Pa}}$

3) Sned stöt med avlänkning $\theta = 2^\circ$
(9,86) $\tan\theta = \frac{2(Ma_1^2\sin^2\beta - 1)}{\tan\beta(Ma_1^2(k+\cos 2\beta)+2)} \Rightarrow \beta = 44,1^\circ$

Räkna igenom stöten med (9,83a)

$\frac{p_3}{p_1} = \frac{1}{k+1}[2kMa_1^2\sin^2\beta - (k-1)]$

$\Rightarrow p_3 = \underline{29162 \text{ Pa}}$

Planet skall hålla konst. höjd
$(p_3 - p_2)\cdot\cos\theta\cdot c\cdot b = m\cdot g$
$\Rightarrow b = 11,2$ m