CHALMERS 2014-10-27

MTF052 **STRÖMNINGSMEKANIK**

Tentamen onsdagen den 29 oktober 2014, kl 08:30-13:30, M-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla torsdag 30 oktober 2014

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat: Meddelas senast tisdag 18 november 2014

Granskning: Onsdag 19 november 2014, kl 11.45-12.45
Torsdag 20 november 2014, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 24 oktober 2014
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ulit@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Förklara begreppen: stationär, inkompressibel, friktionsfri, och turbulent strömning. (4p)

T2. Förenkla impulsekvationen $\sum F = \frac{d}{dt}\left(\int_{cv} V\rho dv\right) + \int_{cs} V\rho(V_r \cdot n)dA$ för
a) fix kontrollvolym,
b) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp,
c) fix kontrollvolym med endimensionella in- och utlopp samt stationär strömning. (3p)

T3. Navier-Stokes ekvation i x-riktningen ser ut som följer:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right\}$$

Förklara de ingående termerna. Under vilka förutsättningar gäller Navier-Stokes ekvation? (6p)

T4. Härled likformighetslagen för inkompressibel strömning utan fri vätskeyta. Utgå från Navier-Stokes ekvationer.

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

(7p)

T5. Skissa en laminär och en turbulent hastighetsprofil vid fullt utbildad rörströmning. Vilken av profilerna ger högst väggskjuvspänning vid ett givet massflöde? Motivera. (3p)

T6. Vid fullt utbildad turbulent rörströmning kan hastighetsprofilen approximeras med sjundedelsregeln, $u = u_{max}\left(\frac{y}{R}\right)^{1/7}$. Varför kan inte denna formel användas direkt för att beräkna väggskjuvspänningen? (2p)

T7. Förklara hur man mäter hastigheten med ett Prandtlrör ("Pitot-Static Tube"). (3p)

T8. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också "The closure problem" (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

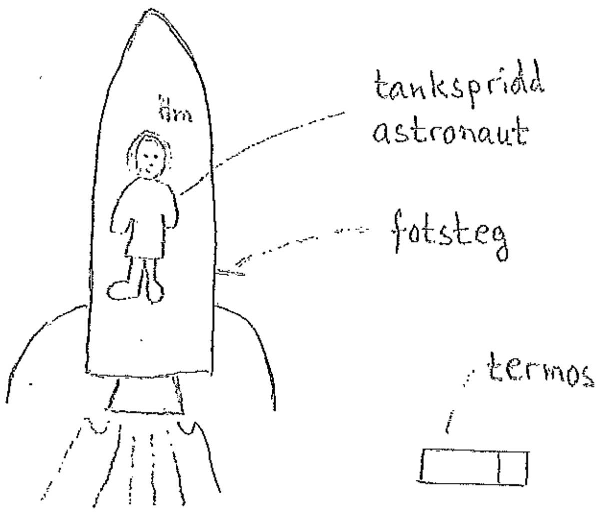
T9. Vad är tryckgradienten för en tangentiellt anströmmad plan platta? Motivera! (2p)

T10. Skissa hur stöten ligger vid överljudsströmning mot en kil med $\theta < \theta_{max}$ respektive $\theta > \theta_{max}$. (2p)

Problem

P1. Ur en kran strömmar en vattenstråle med hastigheten 0,5 m/s och diametern 1 cm. Beräkna strålens hastighet och diameter 1 dm under kranen. (10p)

P2. En tankspridd astronaut glömmer sin kaffetermos på fotsteget till sin raket. Hon har redan druckit upp det mesta av kaffet, och termosen är av NASAs lättviktsmodell varför den endast väger 0,3 kg. Några hundra meter upp i luften ramlar termosen av och faller liggande ner mot marken, se figur. Termosen är 0,3 m lång, diametern är 0,1 m och ytan är slät. Beräkna dess slutliga fallhastighet (terminalhastighet).

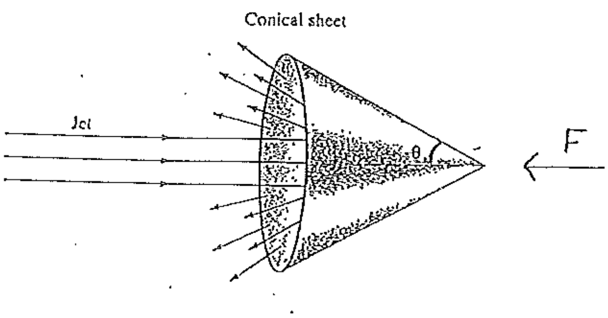


(10p)

P3. En horisontell vattenstråle ($\rho = 10^3$ kg/m^3) med diametern 5,0 cm och hastigheten 10 m/s träffar en kon och avböjs så att hastigheten på vattnet blir parallell med konens vägg (se figur). Beräkna vilken kraft som krävs för att hålla konen stilla om toppvinkeln är

a) 60°
b) 90° (vinkelrätt anströmmad rund platta)

Vattnet som lämnar konen antas ha samma hastighet som strålen.



(10p)

P4. I ett turbulent gränsskikt i vatten uppmätes medelhastigheten som funktion av avståndet från väggen. Man får följande resultat:

y (mm)	$\overline{u}$ (m/s)
3,53	0,1022
5,50	0,1130
8,58	0,1195
13,36	0,1270
20,88	0,1347
32,50	0,1414
49,58	0,1580
68,38	0,1712
88,88	0,1804
129,89	0,1873

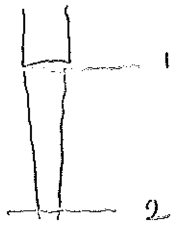
Beräkna väggskjuvspänningen samt hastigheten i en punkt på avståndet 0,1 mm från väggen. (10p)

P5. En lufttank är försedd med en säkerhetsventil. Då ventilen har öppnat kan den betraktas som ett konvergent munstycke med minsta arean $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^2. Omgivningens tryck och temperatur är 100 kPa resp 20°C, och temperaturen i tanken 25°C.

a) Hur stort blir massflödet då trycket i tanken är 280 kPa?

b) Vilken hastighet erhålles i mynningen då trycket i tanken sjunkit till 170 kPa och temperaturen till 15°C? (10p)

MTF052, Strömningsmekanik
2014-10-29



<u>Givet</u>: $V_1 = 0{,}5$ m/s
$d_1 = 0{,}01$ m

Antag friktionen mot luften försumbar,

B:s ekv ⇒

$$p_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$$

$p_1 = p_2$ ⇒

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2g(z_1 - z_2)} \qquad (1)$$

KE: $V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$\Rightarrow V_1 d_1^2 = V_2 d_2^2$$

$$\Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}\, d_1 \qquad (2)$$

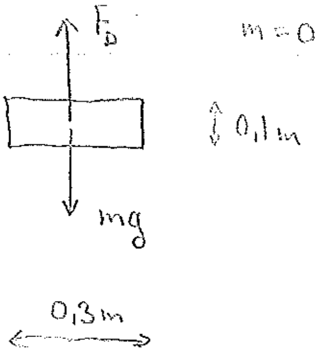
(1) ⇒

$$V_2 = \sqrt{0{,}5^2 + 2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}1} = 1{,}49 \text{ m/s}$$

(2) ⇒

$$d_2 = \sqrt{\frac{0{,}5}{1{,}49}}\cdot 0{,}01 = 0{,}0058 \text{ m}$$

<u>Svar</u>: $V_2 = 1{,}5$ m/s
$d_2 = 6$ mm



$m = 0{,}3$ kg

$$C_D\, \rho\frac{V^2}{2}\, L\, d = mg$$

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C_D L d}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}3\cdot 9{,}81}{1{,}2\cdot C_D\cdot 0{,}3\cdot 0{,}1}} = \frac{12{,}79}{\sqrt{C_D}}$$

Gissa $C_D = 0{,}72$, White s. 326, $L/d = 3$

Ins ger $V = 15{,}1$ m/s

Kontroll: $Re = \dfrac{15{,}1\cdot 0{,}1}{15\cdot 10^{-6}} = 1{,}00\cdot 10^5$

OK, enl White s. 326 gäller

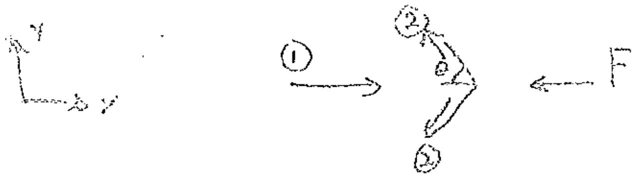
$\frac{L}{d} \Rightarrow C_D = 0{,}72$ för $10^4 < Re < 10^5$

White s. 503 ger motsvarande, $Re \geq 10^4$ och laminärt

<u>Svar</u>: $V = 15{,}1$ m/s

Impulssatsen : $\mathbb{F} = \dot{m}(\mathbb{V}_2 - \mathbb{V}_1)$

$\rho = 1000\,kg/m^3 \quad V_1 = 10\,m/s \quad d = 0{,}05\,m$



x-led $\quad -F = \dot{m}(-u\cos\theta - u)$

$$F = \dot{m}u(\cos\theta + 1) = \rho A u^2(\cos\theta + 1) =$$

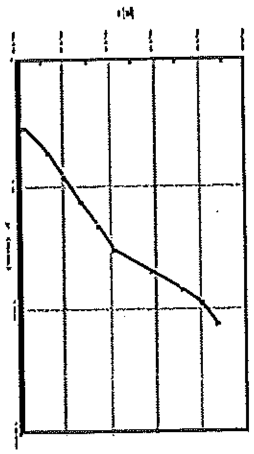
$$= \rho\frac{\pi d^2}{4}u^2(\cos\theta + 1)$$

a) $\quad F = 1000\frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4} \cdot 10^2(\cos 60^\circ + 1) = 294{,}5\ N$

b) $\quad F = \frac{294{,}5}{1{,}5} = 196{,}3\ N$

Givet: ν(20°C) = 1,004·10-6 m^2/s ρ(20°C) = 998,2 kg/m^3

<u>Lösning</u>: Ritas hastighetsprofilen som funktion av log(y) fås._



Punkterna 2-6 ligger på en rät linje, log-linjen. På denna gäller (6.21):

$$\frac{\overline{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{yu^*}{\nu} + B$$

med k = 0,41 och B = 5,0. Vi väljer punkten 3 och finner

$$\frac{0{,}1195}{u^*} = \frac{1}{0{,}41}\ln\frac{0{,}00858u^*}{1{,}004\cdot 10^{-6}} + 5$$

Passningsräkning ger: u* = 0,007834 m/s

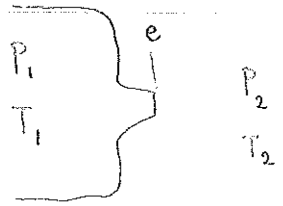
Väggskjuvspänningen fås nu som (6.18) $\quad \tau_w = \rho u^{*2} =$ **61,3 mPa**

Beräkna dimensionslöst avstånd från väggen för punkten y = 0,1 mm ⟹

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} = \frac{0{,}0001\cdot 0{,}007834}{1{,}004\cdot 10^{-6}} = 0{,}780$$

Punkten ligger alltså i det viskösa underskiktet, där det gäller (6.22):

$u = u^* y^+ =$ **6,11 mm/s**



$p_{1a} = 280$ kPa $\quad T_{1a} = 298$ K

$p_{1b} = 170$ kPa $\quad T_{1b} = 288$ K

Omgivning: $p_2 = 100$ kPa $\quad T_2 = 293$ K

Kritiskt tryckförhållande (9.32)

$$\frac{p^*}{p_1} = 0,5283$$

a) $\frac{p_2}{p_{1a}} = \frac{1}{2,8} = 0,357 < \frac{p^*}{p_1}$

∴ ljudhast i mynningen

(9.46b) $\Rightarrow \dot{m}_{max} = 0,6847\, A^* \frac{p_{1a}}{\sqrt{RT_{1a}}}$

$A^* = 2,5 \cdot 10^{-4}\, m^2$, $R_{luft} = 287$ Nm/kg K

$\dot{m} = 0,6847 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{2,8\cdot 10^5}{\sqrt{287\cdot 298}} = 0,164$ kg/s

b) $\frac{p_2}{p_{1b}} = \frac{1}{1,7} = 0,588 > \frac{p^*}{p_1}$

∴ underljudshast i mynningen

(9.35) $\Rightarrow Ma_e^2 = 5\left[\left(\frac{p_{1b}}{p}\right)^{2/7} - 1\right] = 5\left[\left(\frac{1,7}{1}\right)^{2/7} - 1\right] = 0,8185$

(9.35) $\Rightarrow \frac{T_{1b}}{T_e} = \frac{Ma_e^2}{5} + 1 = 1,163 \Rightarrow T_e = \frac{288}{1,163} = 247,5$ K

$a_e = \sqrt{\kappa R T_e} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 247,5} = 315,3$ m/s

$Ma_e = \sqrt{0,8185} = 0,905 = \frac{V_e}{a_e}$; $V_e = 315,3 \cdot 0,905 = 285$

Svar: $\dot{m}_a = 0,16$ kg/s, $V_e = 285$ m/s